



Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

2110301 Introduction to Discrete Structures and Computation

First Semester, Quiz, September 11th, 2002, Time 90 minutes

ชื่อ นามสกุล _____ เลขประจำตัว _____ เลขที่ Cr58 _____

1. กำหนดให้ $aZ = \{ ax \mid x \in Z \}$ เมื่อ Z เป็นเซตของจำนวนเต็ม

สำหรับจำนวนเต็มบวก a และ b ใดๆ จงพิสูจน์ว่า $aZ \cap bZ = \text{lcm}(a,b)Z$. (10 คะแนน)

2. จงพิสูจน์ว่า เมื่อ p เป็นจำนวนเฉพาะ แล้ว \sqrt{p} จะต้องเป็นจำนวนอตรรกยะ (irrational) เสมอ (5 คะแนน)

ชื่อ นามสกุล _____ เลขประจำตัว _____ เลขที่ Cr58 _____

3. จงพิสูจน์ว่า สำหรับจำนวนเต็มบวก a และ b ใดๆ ค่า $\gcd(a, b)$ จะเป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่สามารถเป็นผลเฉลยของ **linear combination** ของ a และ b ได้ (สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ $ma + nb$ ได้ โดยที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มใดๆ) (10 คะแนน)

ชื่อ นามสกุล _____ เลขประจำตัว _____ เลขที่ Cr58 _____

4. จงพิสูจน์ว่า $b|a$ ก็ต่อเมื่อ เซตของจำนวนเต็มที่เป็น multiple ของ a เป็น subset ของเซตของจำนวนเต็มที่เป็น multiple ของ b (5 คะแนน)

5. จงพิสูจน์ว่า ผลบวกของกำลังสามของจำนวนเต็มสามจำนวนเต็มบวกสามจำนวนใดๆ อยู่ติดกัน (any three consecutive positive integers) จะสามารถหารด้วย 3 ลงตัว (5 คะแนน)

ชื่อ นามสกุล _____ เลขประจำตัว _____ เลขที่ Cr58 _____

6. จงพิสูจน์โดยแสดงการพิสูจน์ หรือ ขัดแย้งโดยการยกตัวอย่าง ว่าข้อต่อไปนี้เป็นจริงหรือไม่ ถ้ากำหนดให้ a b และ c เป็นจำนวนเต็ม ที่ $\gcd(a, b) = 1$ และ $\gcd(b, c) = 1$ แล้ว $\gcd(a, c) = 1$ (5 คะแนน)

7. จงพิสูจน์ว่า ถ้ากำลังสองของจำนวนเต็ม a เป็นจำนวนเต็มคู่แล้ว จำนวนเต็ม a จะต้องเป็นจำนวนคู่เสมอ (5 คะแนน)

ชื่อ นามสกุล _____ เลขประจำตัว _____ เลขที่ Cr58 _____

8. จงหาผลเฉลย x y และ z ที่เป็นจำนวนเต็ม ทั้งหมด ที่ทำให้ $15x + 12y + 8z = 11$ เป็นจริงโดยการแสดงวิธีคำนวณอย่างละเอียด แต่ในกรณีที่ไม่มีผลเฉลยจริงจงพิสูจน์คำตอบ (15 คะแนน)

ชื่อ นามสกุล _____ เลขประจำตัว _____ เลขที่ Cr58 _____

9. จงคำนวณหาค่าของจำนวนเต็ม x ทั้งหมดที่ทำให้ 17 หาร $7x + 7$ ได้ลงตัว (15 คะแนน)

ชื่อ นามสกุล _____ เลขประจำตัว _____ เลขที่ Cr58 _____

10. จากความรู้ข้อ 2 จงพิสูจน์ว่า สำหรับจำนวนเต็มบวก a ที่มากกว่า 1 จะเป็น perfect square ก็ต่อเมื่อ เลขยกกำลังของ prime factorization ทุกเลขของ a เป็นจำนวนเต็มคู่เท่านั้น (15 คะแนน)