



**REGULAR EXPRESSION**

~~การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ~~  
Kleene star

**Definition:**  
The simple expression  $x^*$  will be used to indicate some sequence of  $x$ 's (may be none at all).  
We also define  $x^0 = \Lambda$ .

**The star is as an unknown power or undetermined power. This notation can be used to help us define languages by writing**  
 $L = \text{language}(x^*)$

where  $L = \{ \Lambda \text{ and } x^n \text{ for } n = 1 \ 2 \ 3 \ \dots \}$ .

**REGULAR EXPRESSION**

**การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ**

**ตัวอย่าง**

$$L_1 = \text{language}(ab^*)$$

$$L_1 = \{ a \ ab \ abb \ abbb \ abbbb \ abbbbb \ abbbbbb \ \dots \}$$

$$L_2 = \text{language}(a^*ba^*)$$

$$L_2 = \{ b \ ab \ ba \ aab \ aba \ baa \ aaab \ aaba \ abaa \ baaa \ \dots \}$$

$$L_3 = \text{language}(a^*b^*)$$

$$L_3 = \{ \Lambda \ a \ b \ aa \ ab \ bb \ aaa \ aab \ abb \ bbb \ aaaa \ aaab \ aabb \ \dots \}$$

$$L_4 = \text{language}((ab)^*)$$

$$L_4 = \{ \Lambda \ ab \ abab \ ababab \ abababab \ ababababab \ \dots \}$$

$$L_5 = \text{language}(xx^*)$$

$$L_5 = \{ x \ xx \ xxx \ xxxx \ xxxxx \ xxxxxx \ \dots \} = \text{language}(x^+)$$

**REGULAR EXPRESSION**

**การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ**

**การบวก (union)**

**Definition:**

The plus expression  $x + y$  where  $x$  and  $y$  are string of characters from an alphabet, we mean "either  $x$  or  $y$ , but not both".

**Example:**

$$L = \text{language}((a+b)c^*)$$

$$L = \{ a \ b \ ac \ bc \ acc \ bcc \ accc \ bccc \ \dots \}.$$

REGULAR EXPRESSION

## การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

Exercise:

$L = \text{language}(a^+(a+bb)^*c^+d)$

- Is  $\Lambda$  in this language ?
- Find words with length 1, 2, 3 and 4.
- Compare  $L$  with  $\text{language}(a^*c^+(bb)^*c^+d)$ .

REGULAR EXPRESSION

## การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

Finite language

The language  $L$  where

$L = \{ aaa aab aba abb baa bab bba bbb \}$

can be expressed by  $L = \text{language}((a+b)^3)$  or  
 $L = \text{language}((a+b)(a+b)(a+b))$ .

## REGULAR EXPRESSION

# การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

## REGULAR EXPRESSIONS

### Definition:

The set of regular expressions is defined by the following rules:

Rule1: Every element of alphabet  $\Sigma$  is a regular expression.

Rule2:  $\Lambda$  is a regular expression.

Rule3: For every regular expressions  $r$  and  $s$ , then so are:

( $r$ )  $rs$   $r+s$   $r^*$

Rule4: Nothing else is not a regular expression.

## REGULAR EXPRESSION

# การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

## REGULAR EXPRESSIONS

### Example:

Given a regular expression  $(a+b)^*a(a+b)^*+b(a+b)^*$

This regular expression can be written more simple expression, as follow:

$$(a+b)(a+b)^*.$$

**REGULAR EXPRESSION**

# การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

**REGULAR EXPRESSIONS**

## Finite & Positive closure:

Is  $(a+b)^4$  a regular expression ?

This can be accepted to be a regular expression, since it equals to  $(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$  which is a regular expression.

Is  $(a+c)^+$  a regular expression ?

This is also be accepted to be a regular expression since it represents a regular expression  $(a+c)(a+c)^*$ .

**REGULAR EXPRESSION**

# การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

**REGULAR EXPRESSIONS**

## ทำอย่างไร

Define the set A by a regular expression.

A = {  $\Lambda$  b ab bb  
aba abb bbb  
abaa abab abbb bbbb  
abaaa abaab ababb abbbb bbbbbb ... }.

The regular expression is  $(aba^*)^*b^*$

REGULAR EXPRESSION

การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

REGULAR EXPRESSIONS

แบบฝึกหัด

Given a regular expression

$$(a+b)^*ab(a+b)^*+E$$

where E is unknown expression.

Find E if this expression equals  $(a+b)^*$ .

The regular expression E is  $b^*a^*$ .

REGULAR EXPRESSION

การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

REGULAR EXPRESSIONS

Definition:

Let S and T be sets of strings of letters. The product set of S and T is the set of all combinations of a string from S concatenated with a string from T in that order.

$$ST = \{ uv : u \in S \text{ and } v \in T \}$$

Example:  $S = \{ a bb aba \}$

$$T = \{ a ab \}$$

then  $ST = \{ aa aab bba bbab abaa abaab \}$ .

**REGULAR EXPRESSION**

การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

REGULAR EXPRESSIONS

Example:

$P = \{ \Lambda aa b \}$  and  $Q = \{ \Lambda ba \}$

Then  $PQ = \{ \Lambda aa b ba aaba bba \}$ .

**REGULAR EXPRESSION**

การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

REGULAR EXPRESSIONS

Definition:

A language  $L$  is called a language associated with regular expression  $r$  if

$$L = \text{language}(r).$$

We also have

$$L_1 L_2 = \text{language}(r_1 r_2)$$

$$L_1 + L_2 = \text{language}(r_1 + r_2)$$

$$L_1^* = \text{language}(r^*).$$





REGULAR EXPRESSION

การบรรยายภาษาแบบสม่ำเสมอ

REGULAR EXPRESSIONS

Consider a regular expression

$(aa+bb+(ab+ba)(aa+bb)^*(ab+ba))^*$ .

This represents the collection of all words that are made up of three type:

type1 aa

type2 bb

type3  $(ab+ba)(aa+bb)^*(ab+ba)$

Every words contain an even number of a and even number of b.

EVEN-EVEN  
LANGUAGE

โจทย์

แนวคิด

จงหาภาษา  $L$  ที่นิยามบน  $\Sigma=\{0,1\}$  ที่สอดคล้องกับ

- $L$  ไม่เป็น  $\{\Lambda\}$
- $L$  ไม่เป็น  $\Sigma^*$

โดยที่  $L = L^*$



โจทย์

น่าคิด

กำหนดให้ภาษา  $L$  และ  $S$  นิยามบน  $\Sigma = \{0,1\}$  ที่สอดคล้องกับ

- $LS = SL$
- $L$  ไม่เป็น subset ของ  $S$
- $S$  ไม่เป็น subset ของ  $L$
- ทั้ง  $L$  และ  $S$  ไม่เป็น  $\{\Lambda\}$



โจทย์

น่าคิด

กำหนดให้ภาษา  $L$  และ  $S$  นิยามบน  $\Sigma = \{0,1\}$  ที่สอดคล้องกับ

- $LS = SL$
- $L$  เป็น proper nonempty subset ของ  $S$
- $L$  ไม่เป็น  $\{\Lambda\}$

