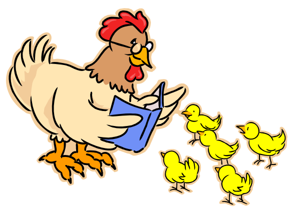
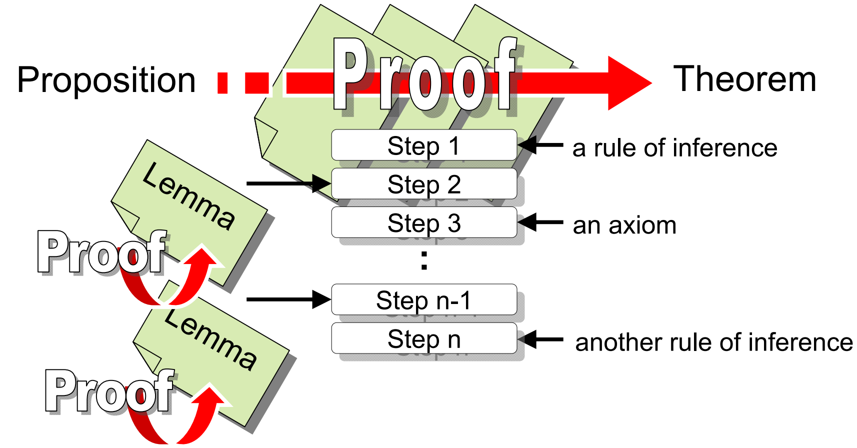
Rules of Inference



+ examples on showing that two sets are equal

Proof Mechanisms



Rules of Inference

- Provide justification of the steps used to show that *a conclusion follows a set of hypotheses*.
- Each uses *a tautology* as its basis.
- E.g.:

  The *law of detachment* or *Modus ponens*

  p

  $\underline{p \rightarrow q}$

  $\therefore q$

  (Based on $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$)

Rules of Inference

Addition	$\underline{p\quad}$ $\therefore p \vee q$
Simplification	$\underline{p \wedge q}$ $\therefore p$
Conjunction	p $\underline{q\quad}$ $\therefore p \wedge q$
Modus ponen	p $\underline{p \rightarrow q}$ $\therefore q$

Modus tollens	$\neg q$ $\underline{p \rightarrow q}$ $\therefore \neg p$
Hypothetical syllogism	$p \rightarrow q$ $\underline{q \rightarrow r}$ $\therefore p \rightarrow r$
Disjunction syllogism	$p \vee q$ $\underline{\neg p\quad}$ $\therefore q$
Resolution	$p \vee q$ $\underline{\neg p \vee r}$ $\therefore q \vee r$

Valid Arguments

- An argument is called ***valid*** if whenever all the hypotheses are true, the conclusion is also true.

  Showing that $(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$ is true.

Example (Rosen Ex. 6, P.67)

จงแสดงว่าสมมติฐานต่อไปนี้

- บ่ายวันนี้อากาศไม่แจ่มใสและหนาวกว่าเมื่อวาน
- เราจะไปว่ายน้ำเมื่ออากาศแจ่มใสเท่านั้น
- ถ้าเราไม่ไปว่ายน้ำเราจะไปพายเรือ
- ถ้าเราไปพายเรือแล้วเราจะถึงบ้านก่อนพระอาทิตย์ตกดิน

สรุปได้ว่า

- เราจะถึงบ้านก่อนพระอาทิตย์ตกดิน

Example (Rosen Ex. 7, P.67)

จงแสดงว่าสมมติฐานต่อไปนี้

- ถ้าคุณส่งอีเมล์ให้ผม ผมจะเขียนโปรแกรมเสร็จ
- ถ้าคุณไม่ส่ง ผมจะเข้านอนแต่หัวค่ำ
- ถ้าผมเข้านอนแต่หัวค่ำ ผมจะตื่นขึ้นมาตอนเช้าอย่างสดชื่น

สรุปได้ว่า

- ถ้าผมเขียนโปรแกรมไม่เสร็จ ผมจะตื่นขึ้นมาตอนเช้าอย่างสดชื่น

Example (Rosen Ex. 8, P.67)

จงแสดงว่าสมมติฐานต่อไปนี้

- นส.มะลิไปเล่นสกีหรือไม่หิมะก็ไม่ได้ตกอยู่
- หิมะตกอยู่หรือไม่นายบาสก็ไปเล่นฮอกกี้

สรุปได้ว่า

- นส.มะลิกำลังเล่นสกีหรือนายบาสก็กำลังเล่นฮอกกี้

Example (Rosen Ex. 11, P.69)

เราจะสามารถสรุปได้หรือไม่ว่า

“คุณจะเรียนวิชาโครงสร้างดิสครีตไม่รู้เรื่อง”

หากสมมติว่า

“ถ้าคุณทำโจทย์ในหนังสือโรเซนหมดทุกข้อแล้วคุณจะเรียนโครงสร้างดิสครีตรู้เรื่อง”

และ

“คุณไม่ได้ทำโจทย์ในหนังสือโรเซนทุกข้อ”

Rules of Inference: Quantified Statements

Universal Instantiation	$\underline{\forall x P(x)}$ $\therefore$ P(c)
Universal Generalization	<u>P(c) for an arbitrary c</u> $\therefore \forall x P(x)$
Existential Instantiation	$\underline{\exists x P(x)}$ $\therefore$ P(c) for some element c
Existential Generalization	<u>P(c) for some element c</u> $\therefore \exists x P(x)$

Example (Rosen Ex. 13, P.71)

หากทราบว่า

- นิสิตทุกคนในห้องนี้ไม่เคยอ่านหนังสือ
- ทุก ๆ คนในห้องนี้ทำ **quiz 1** ได้

จงแสดงว่า

- นิสิตที่ทำ **quiz 1** ได้บางคน ไม่เคยอ่านหนังสือเลย

Showing that 2 sets are equal

1. Use set builder notation + logical equivalences
2. Use series of set identities (for example)

Distributive Laws	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
De Morgan's Laws	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
Absorption Laws	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$

3. Build membership tables

Example (Rosen Ex. 11, P.125)

Prove the second De Morgan's law, $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Example (Rosen Ex. 12, P.125)

Prove the first distributive law,
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Example (Rosen Ex. 14, P.126)

Use series of set identities to show that
$\overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{C} \cup \overline{B}) \cap \overline{A}$