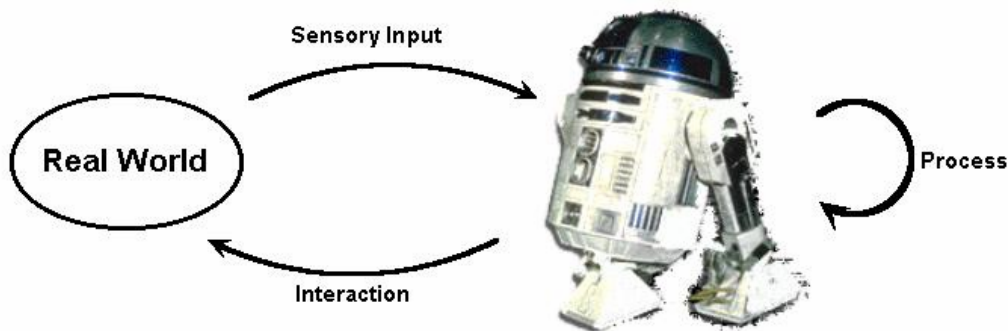


1 การรับรู้ของหุ่นยนต์

บทที่ผ่านมาได้กล่าวถึงเนื้อหาต่างๆของการวางแผนการเคลื่อนที่ ซึ่งเป็นความรู้เกี่ยวกับการวางแผนให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่เข้าไปอยู่ในคอนฟิกรูเรชันที่ต้องการโดยไม่ชนกับสิ่งกีดขวางต่างๆ แนวคิดหลักของวิธีวางแผนการเคลื่อนที่คือการถ่ายทอดสิ่งกีดขวางในโลกของความเป็นจริง ให้เข้าไปอยู่ในปริภูมิคอนฟิกรูเรชันของหุ่นยนต์ในรูปแบบของ C-Obstacle เพื่อให้สามารถมองหุ่นยนต์เป็นจุด จากนั้นวางแผนให้หุ่นยนต์จุดไม่เคลื่อนที่ไปชนกับ C-Obstacle ที่ได้คำนวณเอาไว้ เมื่อเปรียบเทียบกับโลกของความเป็นจริง และนำแผนที่คำนวณได้ไปใช้ หุ่นยนต์ก็จะสามารถเคลื่อนที่ได้โดยไม่ชนสิ่งกีดขวางต่างๆ

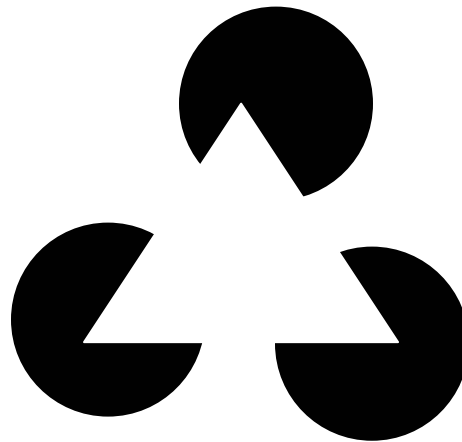
จากที่ได้กล่าวมาทั้งหมดนั้น อาศัยสมมุติฐานที่ว่า เราสามารถจำลองสิ่งกีดขวางทั้งหมดได้อย่างครบถ้วน ถูกต้อง และแม่นยำ แต่ในทางปฏิบัติ หากไม่ใช่ในห้องทดลองที่มีการเตรียมการเป็นอย่างดี เรายังจะไม่ทราบได้อย่างครบถ้วน ตลอดเวลา ว่ามีสิ่งกีดขวางรูปร่างอย่างไร และอยู่ที่ไหนบ้าง บางครั้งอาจมีสิ่งกีดขวางที่ไม่ได้อยู่ในแบบจำลองเข้ามาในบริเวณทำงาน ซึ่งหุ่นยนต์ควรมีความสามารถที่จะหลบหลีกได้เช่นกัน ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดเจนยิ่งกว่านี้เช่น หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานสำรวจพื้นที่ซึ่งยังไม่มีใครเคยเข้าถึงมาก่อน ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่หุ่นยนต์ต้องมีความสามารถในการรับรู้สภาวะแวดล้อมที่สำคัญต่อการตัดสินใจและการปฏิบัติงาน การรับรู้โลกภายนอกของหุ่นยนต์ทำได้โดยอาศัยอุปกรณ์รับข้อมูลที่เรียกว่าเซนเซอร์ (sensor) ข้อมูลที่ได้จากเซนเซอร์จะสะท้อนให้เห็นถึงสภาวะแวดล้อมของหุ่นยนต์ในขณะนั้น ทำให้หุ่นยนต์สามารถที่จะวางแผนปฏิบัติงานที่เหมาะสมดังแสดงในแผนผังการทำงานในรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 การทำงานของหุ่นยนต์ที่มีเซนเซอร์

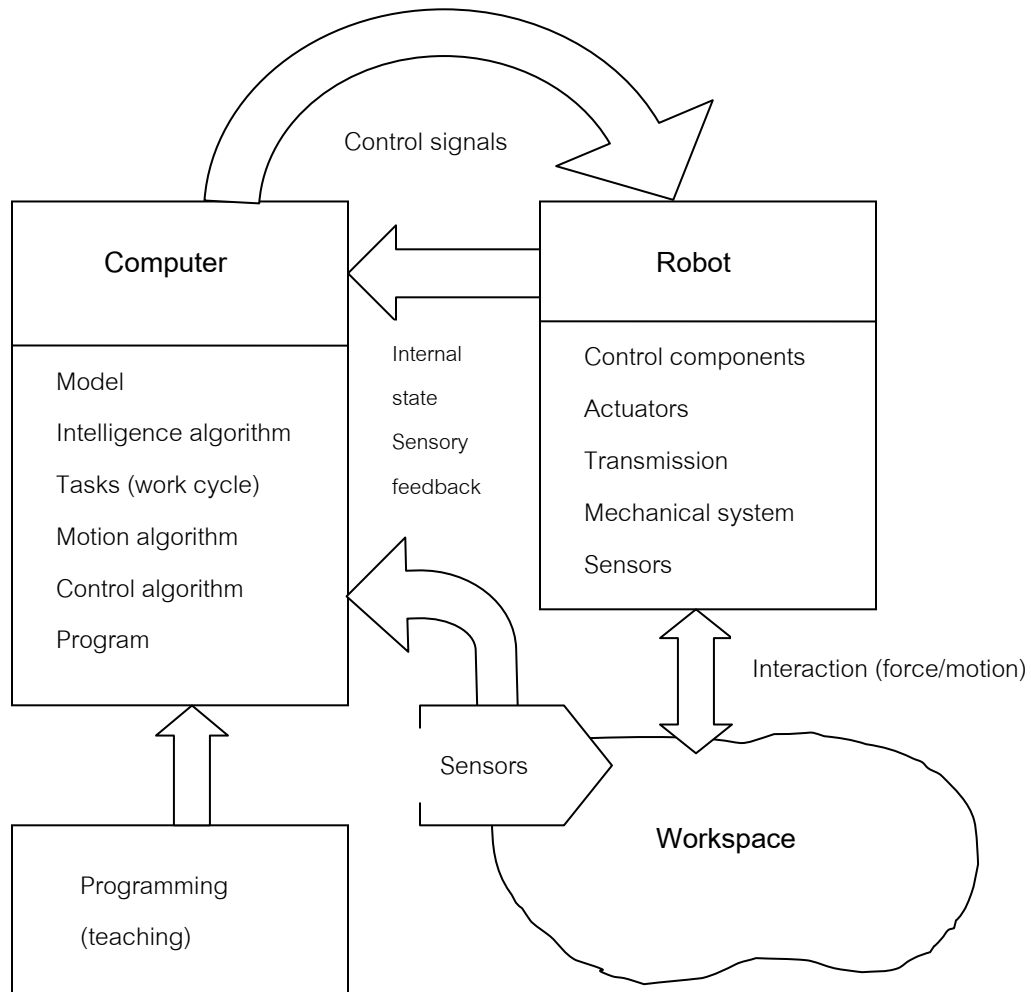
สำหรับมนุษย์เรานั้นการรับรู้สภาวะแวดล้อมเหมือนจะเป็นเรื่องที่ย่าง่ายๆ ทั้งนี้เพราะเรามีประสาทรับรู้ทั้งห้าที่ซับซ้อน และทำงานร่วมมือกันเป็นอย่างดี โดยทั่วไปเราสามารถที่จะได้ข้อมูลอย่างเดียวกันจากประสาทรับรู้หลาย

ประเภทเช่น เราอาจรู้ได้ว่าอาหารมื้อเย็นที่วางอยู่ตรงหน้าเป็นไก่ย่างตัวหนึ่งด้วยการมองเห็นเพียงเสี้ยววินาที หรือ เราอาจรับรู้ความเป็นไก่ย่างได้จากการดมกลิ่น หรืออาจลองกัดชิมดูสักคำ บางคนอาจมีความสามารถบอกได้ว่าเป็นไก่ย่างด้วยการสัมผัสดูบุคลิก ถ้าไม่สามารถใช้วิธีที่กล่าวมาได้เราก็อาจต้องหวังให้โชคเข้าข้างโดยตะโกนถามคนรอบข้างว่ามันคืออะไรและรอฟังคำตอบ ในชีวิตจริงเราไม่ต้องเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่ง ประสาทรับรู้ทั้งหลายทำงานประสานกันและเราก็มีความสามารถที่จะประมวลข้อมูลจากประสาทรับรู้เหล่านั้นเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่น่าเชื่อถือมากที่สุด ลองคิดดูเล่นๆ ว่าเราจะสามารถทำให้หุ่นยนต์ของเรามีความสามารถอย่างเดียวกันนี้ได้อย่างไร สมมุติว่าหุ่นยนต์ของเรามีกล้องรับภาพติดอยู่ เราอาจสอนหุ่นยนต์ให้รู้จักไก่ย่างโดยให้มันเห็นไก่ย่างแบบต่างๆ จากมุมต่างๆ และให้มันเห็นสิ่งอื่นๆ ที่ไม่ใช่ไก่ย่าง ปัญหาคือเราต้องให้มันได้เห็นอะไรบ้าง เมื่อใดจึงจะเพียงพอที่จะทำให้มันรู้จักไก่ย่างได้ดีเท่ากับที่เราทำได้ บางทีประเด็นหลักที่เราสามารถทำได้คืออาจไม่ใช่ที่ไก่ย่าง แต่เป็นเพราะประสบการณ์และความรู้ในสมองเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ ทั้งหมดที่เรารู้จัก อีกนัยหนึ่งเราอาจกล่าวได้ว่าเราเห็นไก่ย่างเพราะสมองสั่งให้เราเห็นไก่ย่าง ดูตัวอย่างในรูปที่ 1.2 นอกจากวงกลมแหวนเราจะเห็นรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ได้วาด จะเห็นได้ว่าการรับรู้สิ่งแวดล้อมไม่ใช่เรื่องง่ายเลย ซึ่งนอกจากจะเกี่ยวกับเซนเซอร์แล้วส่วนประมวลผลก็มีความสำคัญมากเช่นกัน



รูปที่ 1.2 รูปสามเหลี่ยมที่ไม่ได้วาด

รูปที่ 1.3 แสดงแผนผังส่วนประกอบและการประสานงานในระบบหุ่นยนต์ จะเห็นว่าเซนเซอร์เป็นส่วนสำคัญในการรับข้อมูลจากสิ่งแวดล้อม เซนเซอร์ที่ใช้ในงานหุ่นยนต์มีหลายประเภท การแบ่งประเภทก็มีหลายแบบ เช่นแบ่งตามลักษณะการทำงานของเซนเซอร์ เช่นว่าเซนเซอร์นั้นต้องมีการส่งสัญญาณออกไปหรือไม่ หรือแบ่งตามลักษณะการใช้งานของเซนเซอร์ เช่นว่านำมาใช้ในการตรวจจับการชน หรือตรวจวัดระยะจากสิ่งกีดขวาง ในบทนี้เราจะขอแบ่งประเภทของเซนเซอร์เป็นสองประเภทหลักคือ เซนเซอร์ภายใน และเซนเซอร์ภายนอก



รูปที่ 1.3 แผนผังการประสานงานของระบบหุ่นยนต์

1.1 เซนเซอร์ภายใน

เซนเซอร์ภายในทำหน้าที่ให้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับตัวหุ่นยนต์ เช่นข้อมูลของตำแหน่งข้อต่อต่างๆ ข้อมูลเกี่ยวกับความเร็ว ความเร่ง ข้อมูลสถานะของระบบควบคุม ข้อมูลเกี่ยวกับตำแหน่งของหุ่นยนต์ในโลกจริง ในบทย่อยยกตัวอย่าง เซนเซอร์ที่พบบ่อยกันบ่อยๆ

1.1.1 Encoder

1.1.2 Accelerometer and force/torque sensor

1.1.3 Localization

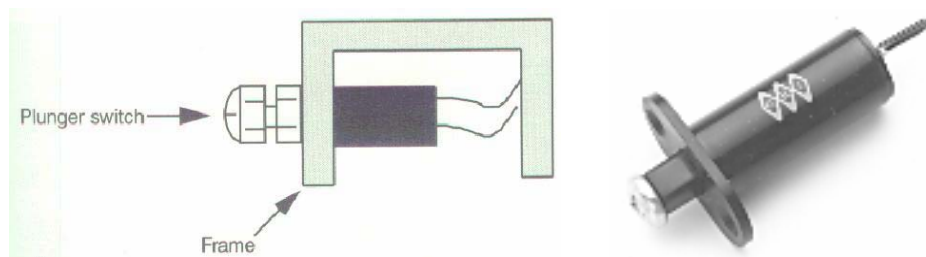
1.2 เซนเซอร์ภายนอก

เซนเซอร์ภายนอกทำหน้าที่ให้ข้อมูลของโลกจริงกับหุ่นยนต์ ที่นิยมได้แก่

1.2.1 เซนเซอร์สัมผัส

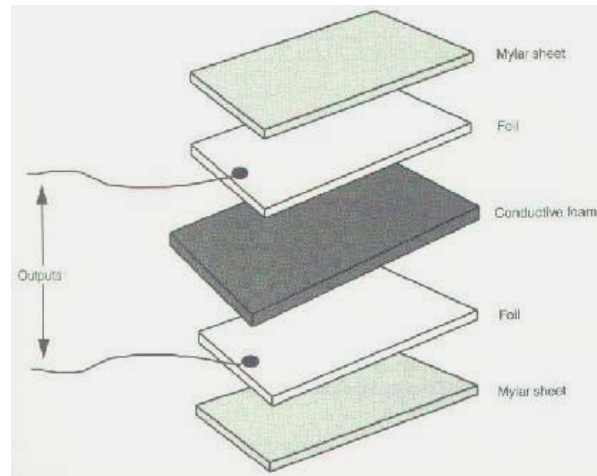
เซนเซอร์สัมผัสนับเป็นเซนเซอร์ที่ง่ายสุดแบบหนึ่ง หน้าที่ของเซนเซอร์แบบนี้ก็เพื่อตรวจจับว่ามีการชนเกิดขึ้นหรือไม่ ส่วนใหญ่จะติดบริเวณที่เป็นกันชนของหุ่นเพื่อส่งข้อมูลการชนให้ระบบควบคุมดำเนินการ ที่นิยมใช้มีหลายแบบ ได้แก่

- **Plunger Switch** ทำงานเหมือนสวิตช์ปิดเปิด เช่นในรูปที่ 1.4 เมื่อมีการชนเกิดขึ้น เส้นลวดเล็กๆ สองเส้นจะไปกระทบที่กรอบและทำให้เกิดวงจรปิด เซนเซอร์แบบนี้จะสร้างได้ไม่ยาก แต่อาจต้องใช้หลายตัวเพื่อให้ครอบคลุมการตรวจจับการชนรอบตัวหุ่นยนต์



รูปที่ 1.4 Plunger Switch

- **Pressure Sensor** ใช้คุณสมบัติของโฟมนำไฟฟ้า(โฟมดำที่ใช้บรรจุอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์เพื่อป้องกันไฟฟ้าสถิตย์) ซึ่งจะมีค่าความต้านทานทานไฟฟ้าต่างไปเมื่อมีความหนาน้อยลง จึงเอาหลักการนี้มาสร้างเป็นเซนเซอร์ที่วัดการถูกกดดังรูปที่ 1.5



รูปที่ 1.5 Pressure Sensor แบบง่าย ๆ

- **เลเซอร์และเส้นใยแก้วนำแสง** ใช้หลักการที่ว่าเมื่อมีการเลื่อนของใยแก้วนำแสงจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความถี่ หรือมุมของแสงเลเซอร์ที่ออกมาจากปลายขาออก นั่นก็คือถ้าเราใช้ใยแก้วนำแสงพันรอบหุ่นยนต์เอาไว้ เมื่อมีการกระทบกับวัตถุ จะทำให้ความถี่ของแสงที่ออกมาจากใยแก้วเปลี่ยนไป จึงสามารถทราบได้ว่าขณะนั้นมีการกระทบกับวัตถุภายนอกแล้ว

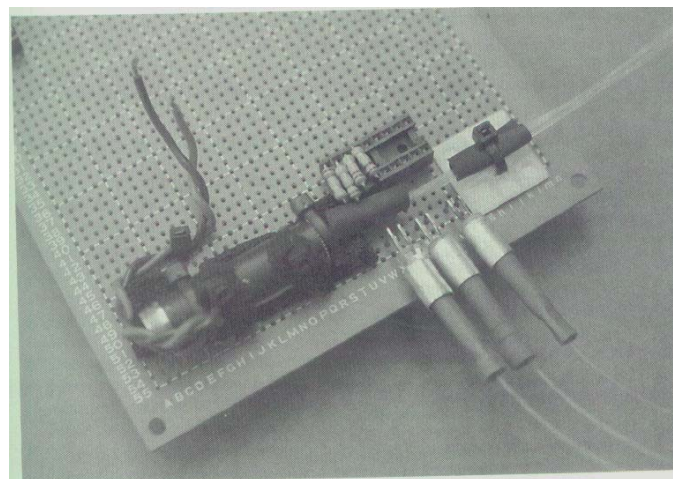


FIGURE 36.22 The prototype laser-optic sensor, showing the loose fibers (on the robot these fibers are neatly looped to create a kind of sensor antenna).

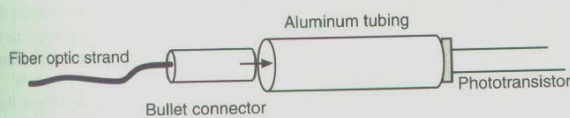
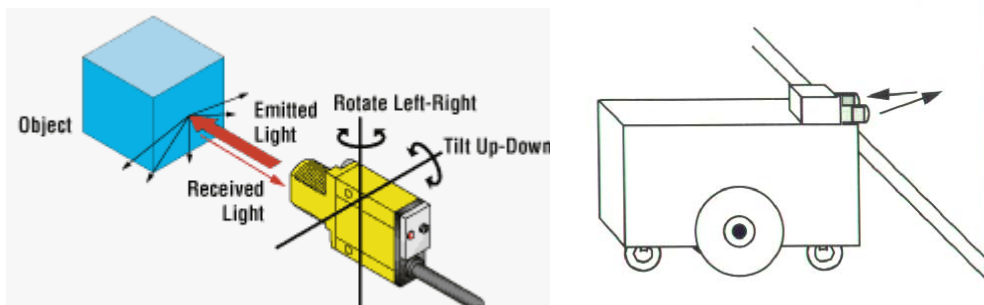


FIGURE 36.23 Use short lengths of aluminum tubing, available at hobby stores, and a crimp-on bullet connector to create "optical jacks" for the laser-optic whisker system.

รูปที่ 1.6 การใช้ใยแก้วนำแสงและตัวชี้เลเซอร์มาสร้างเป็นเซนเซอร์สัมผัส

1.2.2 เซนเซอร์อินฟราเรด

เซนเซอร์อินฟราเรดเป็นเซนเซอร์ไม่อาศัยการสัมผัสที่นิยมมากในงานตรวจจับวัตถุ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในงานหุ่นยนต์เคลื่อนที่ เซนเซอร์อินฟราเรดทำงานโดยการปล่อยแสงอินฟราเรดและรอตรวจจับว่ามีแสงอินฟราเรดสะท้อนกลับมาหรือไม่ ถ้ามี ก็แสดงว่ามีวัตถุขวางในระยะใกล้พอ (รูปที่ 1.7) ระยะทำงานของเซนเซอร์อินฟราเรดอยู่ประมาณ 50-100 ซม. ในทางปฏิบัติแสงอินฟราเรดที่ปล่อยออกไปจะถูกเข้ารหัสด้วยกรรมมอดูเลตกับความถี่ต่ำๆ เช่น 100 เฮิรตซ์ ทั้งนี้เพื่อจะได้ไม่สับสนกับแสงอินฟราเรดที่เกิดจากแสงแดด หรือหลอดไฟฟลูออเรสเซนต์ (หลอดวาวแสง) ระดับความเข้มของแสงอินฟราเรดที่สะท้อนกลับไม่ได้ขึ้นกับระยะทางอย่างเดียว (ยิ่งห่างก็สะท้อนกลับน้อย) แต่ขึ้นกับสีและลักษณะของพื้นผิว เช่นวัตถุสีดำไม่สะท้อนแสงอินฟราเรด วัตถุผิวขรุขระสะท้อนแสงได้น้อยกว่าวัตถุผิวเรียบมัน ข้อจำกัดนี้ทำให้ยากที่จะใช้เซนเซอร์อินฟราเรดในการวัดระยะห่างกับวัตถุที่ตรวจจับได้ นั่นก็คือบางครั้งเซนเซอร์อินฟราเรดอาจไม่สามารถตรวจจับวัตถุที่ขวางอยู่ได้ แต่อย่างไรก็ตามหากเซนเซอร์อินฟราเรดตรวจจับวัตถุขวางหน้าอยู่ได้ ก็เป็นการแน่นอนว่ามีวัตถุขวางอยู่จริง (เป็นไปได้ยากที่จะมีสัญญาณหลอกเกิดขึ้น) และถึงแม้ความเข้มของแสงอินฟราเรดที่รับได้จะบอกได้บ้างถึงระยะห่างจากวัตถุที่ขวาง แต่ข้อมูลนี้ไม่มีความแม่นยำนัก รวมทั้งระยะทำงานของเซนเซอร์อินฟราเรดค่อนข้างสั้น จึงเป็นการดีที่เริ่มทำการหลบหลีกหรือปรับการเคลื่อนที่ที่เหมาะสมทันทีที่ตรวจจับวัตถุได้จากเซนเซอร์อินฟราเรด

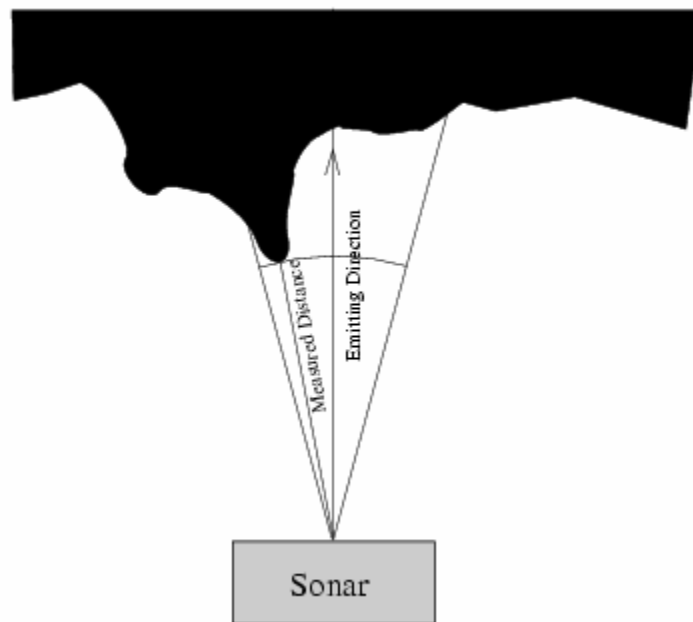


รูปที่ 1.7 การทำงานของเซนเซอร์อินฟราเรด

1.2.3 โซนาร์

คำว่า Sonar ย่อมาจากคำว่า Sound Navigation and Ranging หลักการทำงานของโซนาคคล้ายคลึงกับประสาทรับรู้ของค้างคาวที่ทำให้มันรู้ระยะห่างกับวัตถุรอบตัว โดยอุปกรณ์โซนาร์จะส่งคลื่นเสียงในช่วงความถี่สูง (ประมาณ 40-50 kHz) เป็นช่วงๆ โดยแต่ละช่วงจะกินเวลาสั้นๆ ประมาณ 1-2 ms เสียงที่ส่งออกไปจะกระทบวัตถุที่ขวางเส้นทางเดินและสะท้อนกลับมาเข้าตัวรับ โดยในหนึ่งช่วงของเสียงที่ส่งออกไปจะประกอบไปด้วยคลื่นเสียงหลาย

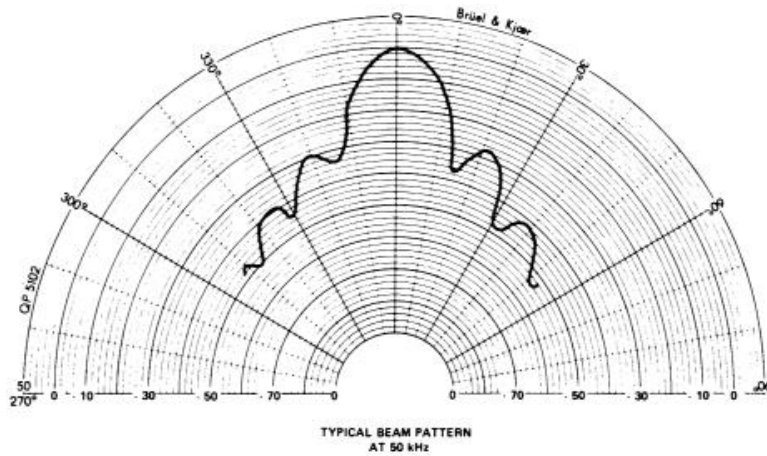
ความถี่ ทั้งนี้เพื่อเพิ่มโอกาสที่เสียงจะถูกสะท้อนจากวัตถุหลายๆ ประเภท เนื่องจากคุณสมบัติของการสะท้อนคลื่นเสียงของวัตถุแต่ละประเภทจะแตกต่างกันอยู่บ้าง ระยะห่างจากวัตถุจะหาได้จากระยะเวลาที่ใช้ในการที่เสียงเดินทางจากตัวส่งไปสะท้อนวัตถุและสะท้อนกลับมาที่ตัวรับ ระยะทำงานของโซนาร์โดยทั่วไปอยู่ประมาณ 15 cm ถึง 10 m โดยความผิดพลาดในการคำนวณระยะ ส่วนหนึ่งเกิดจากการใช้ค่าความเร็วเสียงที่ไม่ถูกต้อง เนื่องจากเสียงเดินทางในสื่อกลางที่อุณหภูมิต่างกันด้วยความเร็วที่ต่างกัน ข้อจำกัดอีกประการของโซนาร์คือเราไม่สามารถที่จะฟังเสียงที่ส่งออกไปอย่างแม่นยำเหมือนลำแสง โดยบริเวณที่ได้รับกำลังของคลื่นเสียงมากที่สุดจะอยู่ในกรวยที่มีจุดยอดที่จุดส่งเสียงและมีแกนกลางตรงกับทิศทางส่ง ดังนั้นเสียงอาจสะท้อนมาจากจุดใดก็ได้ภายในกรวยนี้ ซึ่งเราสามารถคำนวณระยะห่างจากวัตถุสะท้อนที่ใกล้ที่สุดได้ แต่ไม่สามารถรู้ได้ว่าวัตถุนั้นอยู่ที่มุมใดในกรวย ยิ่งวัตถุสะท้อนอยู่ห่างโซนาร์ ความแม่นยำในการที่เราจะบอกตำแหน่งก็ยิ่งน้อยลงตามความบานของกรวย ซึ่งโดยทั่วไปกรวยส่งเสียงนี้มีขนาดประมาณ 20-30 องศา ตัวอย่างในรูปที่ 1.8 เสียงจะสะท้อนมาจากจุดที่ใกล้สุดก่อน ระยะที่วัดได้นี้จึงไม่ได้มาจากจุดที่อยู่ในทิศทางการส่งเสียง เรามักจะได้เพียงระยะกับวัตถุใกล้สุดแต่บอกไม่ได้ว่ามันอยู่บนจุดใดในส่วนของวงกลมที่อยู่ในกรวยและมีรัศมีเท่ากับระยะที่วัดได้



รูปที่ 1.8 ระยะสั้นสุดในกรวยเสียง

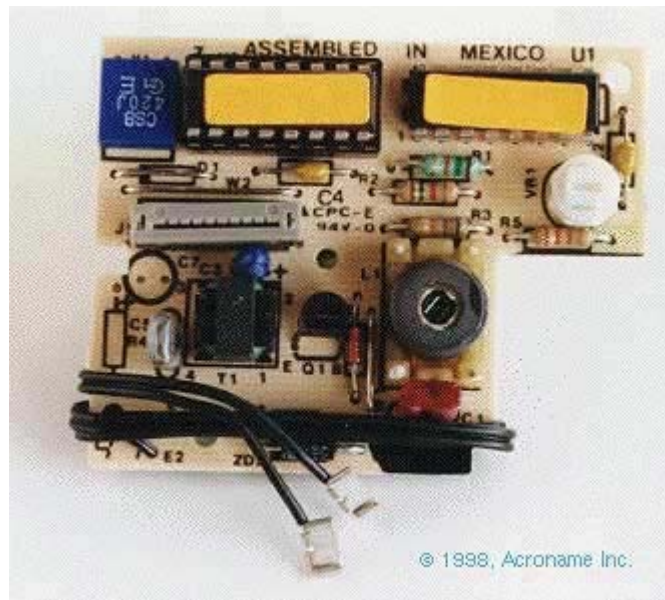
จริงๆ แล้วเสียงที่จะสะท้อนมาเข้าตัวรับไม่ได้มาจากเสียงที่ส่งไปในกรวยเสียงที่กล่าวถึงเท่านั้น อาจมาจากเสียงที่อยู่นอกกรวย แต่พลังงานเสียงที่อยู่นอกกรวยนี้จะมีขนาดเล็กกว่าเสียงในกรวยทำให้เราสามารถแยกมันออกไปได้ โดยดู

จากระดับพลังงาน รูปที่ 1.9 แสดงระดับพลังงานเสียงที่มุมต่างๆ กัน โดยกรวยเสียงที่จะพิจารณาเสียงสะท้อนจะมีขนาด 20 องศา ซึ่งจะเห็นได้ว่ามันมีพลังงานมากกว่าเสียงจากมุมอื่นๆ ภายนอกกรวยมากกว่า 15 dB

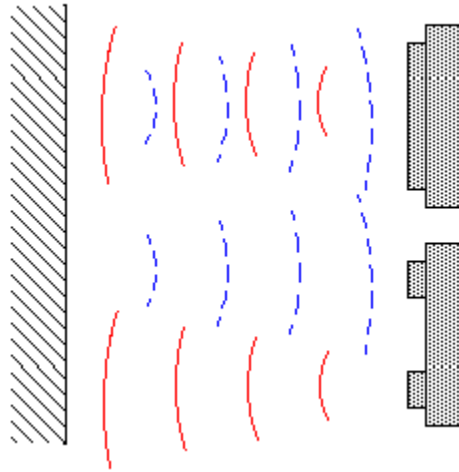


รูปที่ 1.9 ระดับพลังงานเสียงเป็น dB ที่มุมต่างๆ กัน

ชุดอุปกรณ์โซนาร์ที่นิยมใช้กันมากที่สุดตัวหนึ่งในงานหุ่นยนต์ได้แก่ Polaroid 6500 Ranging Module (รูปที่ 1.10)



รูปที่ 1.10 Polaroid 6500 Sonar Ranging Module

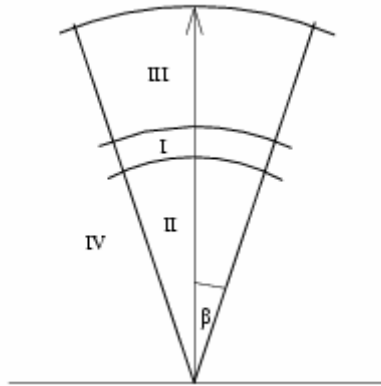


1.3 การวิเคราะห์ข้อมูลจากเซนเซอร์

ข้อมูลที่ได้จากเซนเซอร์มักมีความไม่แน่นอน การใช้เซนเซอร์แบบเดียวกันสองครั้งก็อาจให้ผลที่ไม่ตรงกันได้ ทั้งนี้อาจเกิดจากสัญญาณรบกวนต่างๆ หรือความไม่แม่นยำของเซนเซอร์เอง ดังนั้นการที่เราจะสามารถนำข้อมูลจากเซนเซอร์มาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เราต้องสามารถที่จะวิเคราะห์ข้อมูลที่มีความไม่แน่นอนเหล่านี้ได้อย่างมีระบบ เพื่อดึงเอาข้อสรุปที่เชื่อถือได้มากที่สุด ไปใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ ต่อไปนี้จะขอยกตัวอย่างวิธีต่างๆ ที่ใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็นในการวิเคราะห์ข้อมูลจากเซนเซอร์

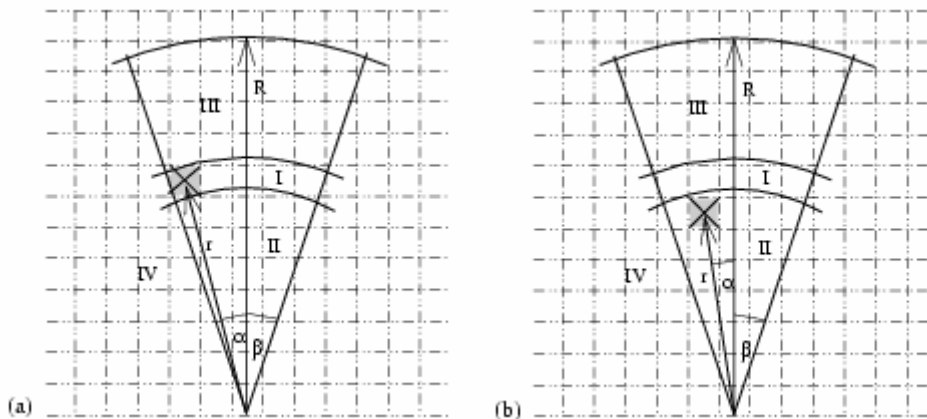
ในตัวอย่างนี้ ข้อมูลจากโซนาร์ จะถูกนำมาวิเคราะห์เพื่อสรุปว่ามีสิ่งกีดขวางอยู่ตรงไหนบ้างในบริเวณทำงานสองมิติ หลักการทำงานก็คือ เราจะแบ่งบริเวณทำงานออกเป็นช่องตาราง และใช้ข้อมูลที่ได้จากโซนาร์ในการวิเคราะห์ว่า ในแต่ละช่องนั้น จะมีความเป็นไปได้เท่าไรที่จะมีสิ่งกีดขวางวางตัวอยู่ ก่อนที่จะทำการวิเคราะห์ดังกล่าวได้ เราต้องระบุให้ชัดเจนถึงลักษณะการทำงานของโซนาร์ที่ใช้ ในที่นี้เราจะใช้แบบจำลองโซนาร์อย่างง่าย โดยให้ค่าที่ได้รับจากโซนาร์แปรผันตรงกับระยะทางระหว่างวัตถุใกล้สุดกับตัวส่งเสียง เขียนให้ชัดเจนได้ว่าถ้าค่าที่ได้จากโซนาร์เป็น a วัตถุใกล้สุดอยู่ห่างจากโซนาร์ในช่วง $f(a)$ ถึง $f(a) + \varepsilon$ โดย f เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นแบบเพิ่มขึ้น และ ε เป็นค่าคงที่แสดงความคลาดเคลื่อนของโซนาร์ที่เราทราบ กำหนดให้ระยะใกล้สุดที่โซนาร์สามารถตรวจจับวัตถุได้คือ R และครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดยอดของกรวยส่งเสียงมีขนาด β (อย่าลืมว่าสำหรับค่าๆ หนึ่งที่ได้จากโซนาร์เราจะรู้เพียงระยะห่างห่างจากวัตถุใกล้สุด แต่ไม่รู้ตำแหน่งของวัตถุนี้ในกรวยเสียง) ด้วยข้อกำหนดดังกล่าว เมื่อโซนาร์ให้ข้อมูลค่าหนึ่งกลับมา สมมติว่าเป็น a เราสามารถที่จะแบ่งพื้นที่ด้านหน้าของโซนาร์ได้เป็น 4 ส่วนดังรูปที่ 1.11 โดยพื้นที่

ในบริเวณ I ซึ่งเป็นพื้นที่ในกรวยเสียงที่อยู่ห่างจากจุดยอดในช่วง $f(a)$ ถึง $f(a) + \varepsilon$ จะมีความเป็นไปได้สูงที่จะพบส่วนของวัตถุที่อยู่ใกล้สุด สำหรับพื้นที่ในส่วน II นั้น ไม่น่าจะมีวัตถุโดยอยู่เลย มิฉะนั้นค่าที่ได้รับจากโซนาร์ควรจะต่ำกว่าค่า a พื้นที่ III อยู่ในบริเวณที่โซนาร์สามารถตรวจจับได้แต่เราไม่สามารถบอกอะไรได้สำหรับข้อมูลที่ได้ และพื้นที่ IV นั้น เราก็คงจะไม่ได้จากค่าจากโซนาร์ที่ได้รับมาเพราะอยู่นอกบริเวณตรวจจับของโซนาร์



รูปที่ 1.11 บริเวณหน้าโซนาร์ที่แบ่งเป็นส่วนๆ ขึ้นกับค่าที่โซนาร์ส่งกลับมา

เมื่อนำแผนผังการทำงานของโซนาร์ที่แบ่งการทำงานเป็นบริเวณต่างๆ มาพิจารณา พร้อมกับกับบริเวณทำงานซึ่งได้ถูกตีตารางเอาไว้แล้ว เราจะได้แผนผังแสดงบริเวณต่างๆ ของการแปลผลจากโซนาร์ ในบริเวณทำงานตามรูปที่ 1.12 เราจะวิเคราะห์หาความน่าจะเป็นของการมีวัตถุในแต่ละช่อง โดยจะขอเรียกช่องในตารางที่กำลังพิจารณาว่าช่อง x



รูปที่ 1.12 แบบจำลองการทำงานของโซนาร์ในบริเวณทำงาน

กำหนดให้ C เป็นตัวแปรเชิงสุ่มที่แทนนิพจน์ที่ว่า “มีวัตถุอยู่ที่ช่อง x ของตาราง” โดยเราจะให้ขีดที่อยู่เหนือตัวแปรแสดงความเป็นนิเสธ เช่น \bar{C} แทน “ช่อง x ของตารางนี้ว่างเปล่า” กำหนดให้ $\text{Pr}(C)$ คือความน่าจะเป็นที่จะมี

วัตถุอยู่ที่ช่อง x ของตาราง กำหนดให้ r คือระยะห่างจากจุดยอดของกรวยส่งเสียงกับจุดกึ่งกลางของช่อง x และ α คือมุมระหว่างแกนของกรวยส่งเสียงกับเส้นเชื่อมระหว่างจุดยอดกรวยกับจุดกึ่งกลางของช่อง x

ลองพิจารณากรณีที่ช่อง x อยู่ในบริเวณ I จากที่เราทราบว่าไซนาร์มีความแม่นยำในการระบุตำแหน่งสำหรับวัตถุที่อยู่ใกล้มากกว่าวัตถุที่อยู่ไกล (แม่นยำเมื่อค่า r น้อย) และแม่นยำกว่าสำหรับวัตถุที่อยู่ใกล้แนวแกนของกรวยเสียง (แม่นยำเมื่อค่า α น้อย) เราสามารถสร้างสูตรที่สะท้อนถึงค่า $\Pr(C)$ ได้คือ

$$\Pr(C) = \frac{\left(\frac{R-r}{R}\right) + \left(\frac{\beta-\alpha}{\beta}\right)}{2} \times M \quad (1.1)$$

โดยที่ M เป็นค่าความน่าจะเป็นสูงสุดที่จะมีวัตถุอยู่ที่ช่อง x ซึ่งกำหนดให้เป็นค่าที่น้อยกว่า 1 เสมอ จากสูตรนี้เราก็จะได้ด้วยว่า $\Pr(\bar{C}) = 1 - \Pr(C)$

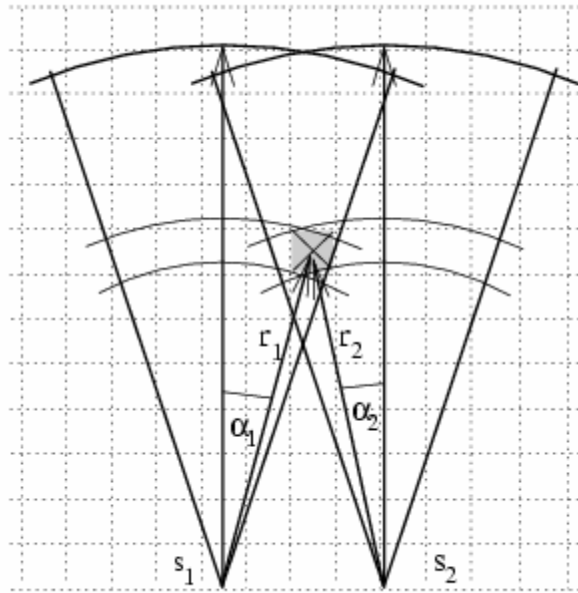
คราวนี้ลองพิจารณากรณีที่ช่อง x อยู่ในบริเวณ II ในกรณีนี้ หากช่อง x อยู่ในตำแหน่งที่ไซนาร์มีความแม่นยำมาก ก็จะเป็นหลักฐานที่ชัดเจนมากของการไม่มีวัตถุอยู่ในช่อง x ด้วยความคิดนี้เราจะได้สูตรที่กลับกับสูตรที่ได้ในกรณีที่ช่อง x อยู่ในบริเวณ I นั่นก็คือเราจะได้

$$\Pr(\bar{C}) = \frac{\left(\frac{R-r}{R}\right) + \left(\frac{\beta-\alpha}{\beta}\right)}{2} \quad (1.2)$$

โดยไม่ต้องมีตัวคูณ M เพราะเรายอมให้ความน่าจะเป็นที่ไม่มีวัตถุใดในช่อง x เป็น 1 ได้ และจากสูตรนี้เราก็จะได้ว่า $\Pr(C) = 1 - \Pr(\bar{C})$

สำหรับกรณีช่อง x อยู่ในบริเวณ III และ IV นั้น เราไม่จำเป็นต้องพิจารณา เพราะไม่สามารถสรุปอะไรได้เพิ่มเติม จากข้อมูลที่ได้จากไซนาร์ จะเห็นได้ว่า ที่กล่าวมาเป็นการวิเคราะห์ค่าที่ได้จากการทำงานของไซนาร์เพียงหนึ่งครั้ง สำหรับค่า a ที่ได้จากไซนาร์ แต่ในทางปฏิบัติ ข้อมูลจากไซนาร์จะถูกอ่านอย่างสม่ำเสมอ และสำหรับงานหุ่นยนต์เคลื่อนที่ ไซนาร์มักติดอยู่กับหุ่น และเคลื่อนที่ไปกับหุ่นเพื่อครอบคลุมพื้นที่ต่างๆ ของบริเวณทำงานที่หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปถึง ต่อไปเราจะแสดงวิธีใช้ข้อมูลที่เพิ่มขึ้นมานี้ในการวิเคราะห์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่น่าเชื่อถือมากขึ้น โดยเราจะเรียกค่าที่ได้จากการอ่านไซนาร์ครั้งหนึ่งๆ ว่า s_i รูปที่ 1.13 แสดงแผนผังการแปลผลที่ได้จากการอ่านไซนาร์สองครั้ง (s_1 และ s_2) จากตำแหน่งที่ต่างกัน โดยข้อมูลที่ได้จากการอ่านไซนาร์แต่ละครั้งถูกนำมาวาดแผนผังการแปลผลในตารางเดียวกัน ก่อนที่จะอธิบายต่อ ต้องบอกว่า เมื่อมีการอ่านไซนาร์หลายครั้ง ที่ถูกต้องแล้ว

แทนที่จะเขียน $\Pr(C)$ สำหรับสูตรที่กล่าวถึงไปแล้ว เราควรใช้ว่า $\Pr(s_i | C)$ ซึ่งหมายถึงความน่าจะเป็นที่จะได้ค่าจากการอ่านไชนาร์เป็น s_i หากมีวัตถุอยู่ในช่อง x



รูปที่ 1.13 แผนผังที่ได้จากการอ่านไชนาร์สองครั้ง

แต่ว่า ลองคิดดู จะเห็นว่าสิ่งที่เราต้องการรู้ไม่ใช่ $\Pr(s_i | C)$ แต่เป็น $\Pr(C | s_1, s_2, \dots, s_n)$ ซึ่งหมายถึงความน่าจะเป็นที่มีวัตถุที่ช่อง x เมื่อทราบค่าการอ่านค่าจากไชนาร์ n ครั้งเป็น s_1, s_2, \dots, s_n หลักการคือการใช้กฎของเบส์ (Bayes' rule) ที่ทำให้เขียนได้ว่า

$$\Pr(C | s) = \frac{\Pr(s | C) \Pr(C)}{\Pr(s | C) \Pr(C) + \Pr(s | \bar{C}) \Pr(\bar{C})}$$

ซึ่งสามารถขยายไปเป็นกรณีทั่วไปที่ต้องการได้คือ

$$\Pr(C | s_1, s_2, \dots, s_n) = \frac{\Pr(s_1, s_2, \dots, s_n | C) \Pr(C)}{\Pr(s_1, s_2, \dots, s_n | C) \Pr(C) + \Pr(s_1, s_2, \dots, s_n | \bar{C}) \Pr(\bar{C})} \quad (1.3)$$

และเมื่อแทนที่ $\Pr(s_1, s_2, \dots, s_n | C)$ ด้วย $\Pr(s_n | C) \Pr(s_1, s_2, \dots, s_{n-1} | C)$ จากความเป็นอิสระของ s_1, s_2, \dots, s_n และแทนที่ $\Pr(C | s_1, s_2, \dots, s_{n-1})$ ด้วยกฎความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขที่ว่า

$$\Pr(C | s_1, s_2, \dots, s_{n-1}) = \frac{\Pr(s_1, s_2, \dots, s_{n-1} | C) \Pr(C)}{\Pr(s_1, s_2, \dots, s_{n-1})}$$

เราจะสามารถเขียน $\Pr(C | s_1, s_2, \dots, s_n)$ ให้อยู่ในรูปการเรียกตัวเองที่สะดวกต่อการใช้งานได้ดังนี้

$$\Pr(C | s_1, s_2, \dots, s_n) = \frac{\Pr(s_n | C) \Pr(C | s_1, s_2, \dots, s_{n-1})}{\Pr(s_n | C) \Pr(C | s_1, s_2, \dots, s_{n-1}) + \Pr(s_n | \bar{C}) \Pr(\bar{C} | s_1, s_2, \dots, s_{n-1})} \quad (1.4)$$

เพื่อให้เข้าใจได้ดีขึ้นว่าจะใช้สูตรนี้ได้อย่างไร จะขอยกตัวอย่างการคำนวณ $\Pr(C | s_1, s_2, \dots, s_n)$ โดยในตัวอย่างนี้ เรากำหนดให้ $R = 10$, $\beta = 15$, และเริ่มต้นด้วย $\Pr(C) = \Pr(\bar{C}) = 0.5$ สำหรับการอ่านไซนาร์ครั้งแรก เป็นการเดาอย่างยุติธรรม

สำหรับการอ่านค่าครั้งแรกที่ได้ s_1 เราได้พิกัดของช่อง x คือ $r_1 = 6$ และ $\alpha_1 = 5$

$$\Pr(C) = \Pr(\bar{C}) = 0.5$$

$$\Pr(s_1 | C) = \frac{\left(\frac{10-6}{10}\right) + \left(\frac{15-5}{15}\right)}{2} \times 0.98 = 0.52$$

$$\Pr(s_1 | \bar{C}) = 1 - 0.52 = 0.48$$

$$\Pr(C | s_1) = \frac{\Pr(s_1 | C) \Pr(C)}{\Pr(s_1 | C) \Pr(C) + \Pr(s_1 | \bar{C}) \Pr(\bar{C})} = \frac{0.52 \times 0.5}{0.52 \times 0.5 + 0.48 \times 0.5} = 0.52$$

$$\Pr(\bar{C} | s_1) = 0.48$$

จะเห็นได้ว่า $\Pr(s_1 | C)$ มีค่าเท่ากับ $\Pr(C | s_1)$ ทั้งนี้เพราะการวิเคราะห์เริ่มต้นด้วย $\Pr(C) = \Pr(\bar{C}) = 0.5$ ที่ได้จากการเดาแบบไม่ลำเอียง แต่คราวนี้ ในการวิเคราะห์หา $\Pr(C | s_1, s_2)$ เราจะเริ่มต้นด้วย $\Pr(C | s_1)$ ที่ได้จากการวิเคราะห์ค่าการอ่านไซนาร์ครั้งแรก

สำหรับการอ่านค่าจากไซนาร์ครั้งที่สอง ช่อง x มีพิกัด $r_2 = 6$ และ $\alpha_2 = 4$

$$\Pr(s_2 | C) = \frac{\left(\frac{10-6}{10}\right) + \left(\frac{15-4}{15}\right)}{2} \times 0.98 = 0.56$$

$$\Pr(s_2 | \bar{C}) = 0.44$$

$$\Pr(C | s_1, s_2) = \frac{\Pr(s_2 | C) \Pr(C | s_1)}{\Pr(s_2 | C) \Pr(C | s_1) + \Pr(s_2 | \bar{C}) \Pr(\bar{C} | s_1)} = \frac{0.56 \times 0.52}{0.56 \times 0.52 + 0.44 \times 0.48} = 0.58$$

จะเห็นได้ว่า เมื่อเราใช้ค่าจากไชนาร์สองครั้งมาประกอบกัน เราจะมีความมั่นใจมากขึ้นว่ามีวัตถุอยู่ที่ช่อง x วิธีที่ได้เสนอไปนี้มีชื่อเรียกว่า ตารางการเข้าครอบครอง (occupancy grid) เป็นวิธีที่นิยมใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการอ่านเซนเซอร์หลายครั้ง หรือจากการอ่านข้อมูลจากเซนเซอร์หลายชนิด หัวใจสำคัญของวิธีนี้ก็คือแบบจำลองการทำงานของเซนเซอร์ที่แม่นยำ ดังนั้นสำหรับตัวอย่างการใช้วิธีนี้กับไชนาร์ เราควรต้องระลึกถึงข้อจำกัดของแบบจำลองที่ใช้ เช่นคุณสมบัติการสะท้อนเสียงที่แตกต่างกันของวัตถุที่ใกล้สุดที่อาจทำให้ไม่สามารถถูกตรวจจับได้ นอกจากนี้เราต้องคำนึงถึงการระบุตำแหน่งของไชนาร์ ซึ่งในทางปฏิบัติอาจไม่มีความแม่นยำนัก เช่นไชนาร์ที่ติดตั้งบนหุ่นยนต์เคลื่อนที่