

## 5

# การสร้างแบบจำลอง Modeling

## การสร้างแบบจำลองของวัตถุ

การสร้างแบบจำลองของวัตถุสามมิติในคอมพิวเตอร์นั้น คือ การกำหนดนิยามหรือภาษาที่อธิบายรูปทรงของวัตถุให้กับคอมพิวเตอร์ ในคอมพิวเตอร์กราฟิกส์นั้นเราเรียกการนิยามดังกล่าวว่าการสร้างแบบจำลอง หรือ โมเดล (Modeling) ซึ่งโดยปกติเราสามารถแบ่งระดับชั้นของแบบจำลอง (**Hierarchical Level of Model**) หรือ นิยามของวัตถุในโลกของคอมพิวเตอร์กราฟิกส์ออกเป็น

- 1) ระดับโฮโมโทปี (Homotopy Level) เป็นการนิยามในระดับล่างสุด นิยามวัตถุต่าง ๆ เป็นนิยาม ความสัมพันธ์ หรือ ฟังก์ชัน บอกลักษณะของวัตถุหรือ ส่วนของวัตถุนั้น ๆ ในระดับเล็กที่สุด เช่น การนิยามจุด เส้น หรือระนาบ
- 2) ระดับเซต (Set Level) เป็นการนิยามวัตถุโดยจัดกลุ่มขององค์ประกอบ หรือ สมาชิกต่าง ๆ ที่นิยามในระดับโฮโมโทปี เข้าด้วยกัน เพื่อเป็นการอธิบายองค์ประกอบของวัตถุนั้น เช่น เป็นเซตที่ประกอบด้วย จุดก็จุด เส้นตรงก็เส้น และ ระนาบจำนวนเท่าใด
- 3) ระดับทอพอโลยี (Topology Level) หรือ เป็นการนิยามวัตถุเพิ่มเติมจากระดับเซต โดยกำหนดความสัมพันธ์ หรือ คุณสมบัติ ของสมาชิกที่ประกอบกันเป็นวัตถุ ที่จะคงที่ ไม่เปลี่ยนแปลง และเป็นเอกลักษณ์ เช่นลักษณะการเชื่อมต่อของสมาชิก หรือ องค์ประกอบต่าง ๆ ในเซตที่อธิบายวัตถุ ลำดับการเรียงของจุดและเส้นบนพื้นผิว เป็นต้น
- 4) ระดับเรขาคณิต (Geometry Level) เป็นการนิยามวัตถุโดย กำหนดคุณสมบัติทางเรขาคณิตให้กับองค์ประกอบต่าง ๆ เช่น กำหนดตำแหน่ง พิกัดขององค์ประกอบของวัตถุ ซึ่งอาจทำได้ โดยการกำหนดสมการ การกำหนดฟังก์ชันจับคู่ตำแหน่ง หรือ การใช้ภาษานิยามแบบจำลองเช่น ภาษาวีอาร์เอ็มแอล (Virtual Reality Modeling Language) เป็นต้น

5) ระดับมโนภาพ (Visualization Level) เป็นการนิยามวัตถุในระดับบนสุด คือการกำหนดองค์ประกอบแสดงคุณสมบัติภายนอกที่มองเห็น เช่นสี ลวดลาย แสงเงา ความคล้ำสี เป็นต้น

เราสามารถกำหนดแบบจำลองในแต่ละระดับขึ้นขึ้นกับลักษณะของงาน และจุดประสงค์ที่ต้องการนำไปใช้ เช่นต้องการแสดงความเหมือนจริง ก็น่าจะใช้สร้างแบบจำลองระดับมโนภาพ หรือ หากต้องการสร้างแบบจำลองเพื่อใช้ค้นหาในฐานข้อมูล ก็อาจจะจำเป็นต้องสร้างแบบจำลองในระดับที่ลึกลงไป เช่น ระดับเรขาคณิต หรือ ระดับทอพอโลยี เป็นต้น

การสร้างแบบจำลองทั่วไปในคอมพิวเตอร์กราฟิกส์จะนิยม สร้างหรือนิยามในระดับเรขาคณิต เพราะสะดวกในการนิยาม เปลี่ยนแปลงแก้ไข และแสดงผล ซึ่งเป็นหัวใจหลักของงานทางด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกส์ ซึ่งแบบจำลองที่นิยมใช้กัน มักแบ่งออกตามลักษณะของการสมมติให้วัตถุนั้นมีลักษณะทางกายภาพเช่นใด หรือ วิธีในการสร้าง ซึ่งส่วนหนึ่งได้รับแนวคิดมาจากการขึ้นรูปจริงทางศิลปะ ซึ่งแบ่งได้คร่าว ๆ คือ การขึ้นรูปสามมิติจากวัสดุทรงตัน และ การสร้างโครง หรือ พื้นผิวประกอบเป็นรูปร่าง

วิธีการสร้างแบบจำลองที่นิยมในปัจจุบันสามารถแบ่งได้คร่าว ๆ ดังนี้

## 1 การสร้างแบบจำลองโครงลวด (Wireframe Modeling)

แบบจำลองโครงลวดคือการใช้เส้นขอบหรือเส้นโครงของรูปร่างภายนอกของวัตถุสามมิติ วิธีนี้จะใช้เพียงเส้นเชื่อมหรือเส้นขอบของวัตถุจะเป็นเส้นบอกลักษณะต่าง ๆ ประกอบกันมีลักษณะคล้ายโครงลวดตัดเป็นรูปร่างของวัตถุที่ต้องการแสดง โดยจะเน้นการแสดงรูปร่างของวัตถุที่อยู่ระหว่างเส้นต่าง ๆ บนพื้นผิว แต่ไม่แสดงส่วนที่อยู่ภายในของวัตถุ อยางไรก็ตามหลังจากที่สร้างส่วนของเส้นต่าง ๆ แล้วเราสามารถสร้างพื้นผิวตามหน้าของช่องว่างระหว่างเส้นขอบเหล่านั้นได้โดยสมการการสร้างพื้นผิว ต่าง ๆ เช่นเดียวกับที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองพื้นผิว โดยผลลัพธ์จะได้เป็นแบบจำลองทรงตัน เมื่อเทียบกันในด้านความเร็วแล้ว แบบจำลองโครงลวดจะสร้างได้รวดเร็ว เหมาะสมกับการสร้างเพื่อตรวจสอบขั้นต้น แบบคร่าว ๆ ในการสร้างแบบจำลองเหมือนจริงของวัตถุ

## 2 การสร้างแบบจำลองทรงตัน (Solid Modeling)

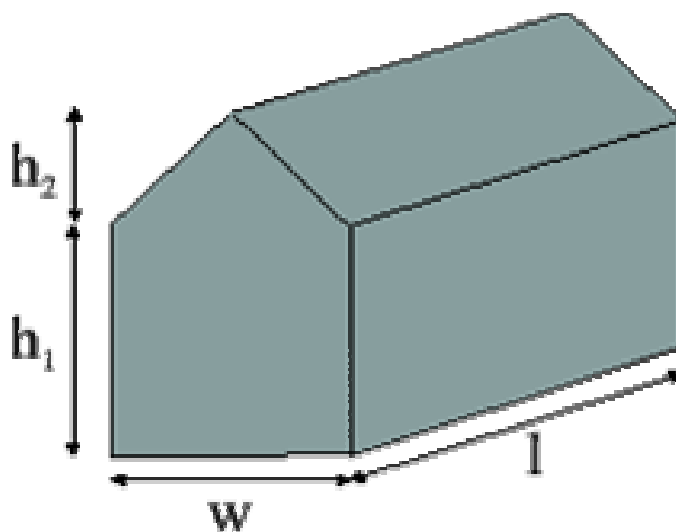
การสร้างแบบจำลองทรงตันเริ่มต้นประมาณปลายปี ค.ศ. 1970 สร้างขึ้นเพื่อใช้งานออกแบบและผลิตโดยคอมพิวเตอร์สำหรับวิศวกรรมเครื่องกล หรือ แคด/แคม (CAD/CAM) ลักษณะของแบบจำลองทรงตันนั้นคือเป็นแบบจำลองที่สร้างจากปฐมฐาน ๆ เช่น ทรงสามเหลี่ยม ทรงสี่เหลี่ยม หรือ ทรงกระบอก เป็นต้น โดยแต่ละปฐมฐานจะต้องมีการใช้ตัวปฏิบัติการ "รวม" "ลบออก" และ "หาส่วนทับซ้อน" เป็นต้นในการกำหนดวัตถุ เช่นการใช้ตัวปฏิบัติการตรรกะแบบบูล (Boolean Operation) หรือ ตัวปฏิบัติการเซต ในการกำหนดแบบจำลองเช่น วัตถุ ก. คือ ปฐมฐานที่ 1 + ปฐมฐานที่ 2 (วัตถุ ก. เกิดจากการรวมปฐมฐานที่ 1 และ ปฐมฐานที่ 2 เข้าด้วยกัน) เป็นต้น คุณสมบัติของแบบจำลองทรงตันคือ สามารถตรวจสอบความถูกต้อง หรือ ความเป็นไปได้ของแบบจำลอง เพราะในทางทฤษฎีแล้ว ตัวแบบจำลองจะนิยามอย่างชัดเจนไม่คลุมเครือ

การแก้ไข เปลี่ยนแปลงแบบจำลองทรงตัน จะทำได้เฉพาะการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ เพื่อคงสภาพ หรือ คุณสมบัติการนิยามของแบบจำลองทรงตัน ซึ่งอาจจะไม่มีประสิทธิภาพเมื่อต้องการสร้างแบบจำลองที่มีความซับซ้อน ทางรูปทรงหรือ พื้นผิว นอกจากนั้นการแปลงแบบจำลองทรงตันยังต้องมีการตรวจระวังความถูกต้องของแบบจำลองตามนิยาม ซึ่งอาจจะเสียเวลาในการคำนวณสูง และทำได้ยากในบางกรณี

การสร้างแบบจำลองทรงตันสามารถแบ่งออกได้หลัก ๆ 5 วิธี คือ

## 1) การใช้ปฐมฐานสำเร็จรูป (Primitive instancing)

ระบบการสร้างแบบจำลองแบบนี้จะนิยามเซตของวัตถุทรงตันสามมิติ โดยกำหนดปฐมฐาน ๆ ซึ่งสามารถกำหนดได้หลายแบบขึ้นกับประเภทของงาน เช่น



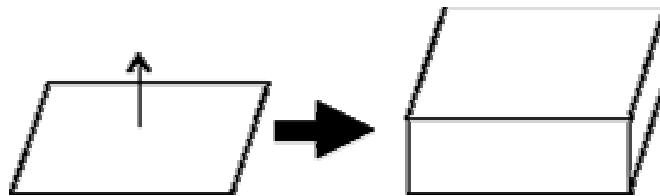
เวกเตอร์ปรมฐาน  $P = (l,w,h1,h2)^T$ .

เป็นการกำหนดปรมฐานของวัตถุทรงตันรูปลักษณะคล้ายบ้าน เป็นเวกเตอร์ที่ประกอบด้วย ความยาว ความกว้าง ความสูงของตัวบ้าน ความสูงของหลังคาบ้าน

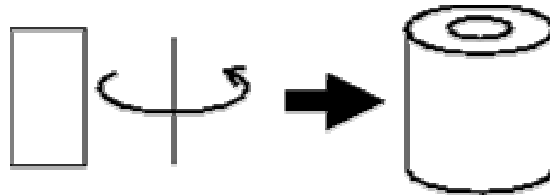
## 2) การแทนวัตถุแบบกวาด (Sweep Representation)

เป็นการกำหนดวัตถุสองมิติ หรือ สามมิติ แล้ว กวาด(คือการลากวัตถุ ไปตามแนวที่กำหนด)ในปริภูมิ เพื่อกำหนดรูปร่างหรือรูปทรงของวัตถุใหม่ขึ้นมา ตัวอย่างเช่น

การกวาดวัตถุสองมิติแบบเลื่อนขนานไปตามเส้นทางทำมุมกับระนาบจะสร้างปริมาตรขึ้นมา เป็นต้น ซึ่งเราเรียกรากวาดลักษณะนี้ว่า การกวาดแบบเลื่อนขนาน(Translational sweep) ซึ่งเป็นวิธีในการสร้างวัตถุ ซึ่งเลียนแบบการหล่อโลหะหรือพลาสติกโดยการพ่นวัตถุดิบลงแม่พิมพ์ตามลักษณะของภาพตัดขวางชิ้นงาน



อีกวิธีคือ การกวาดแบบหมุนรอบ(Rotational sweep) คือการหมุนพื้นที่รอบแกนที่กำหนดเพื่อสร้างปริมาตร หรือ ทรงที่ต้องการ

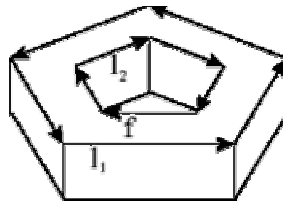


ตามปกติ การกวาดแบบเลื่อนขนานเป็นการหมุนที่สร้างพื้นที่ หรือ ปริมาตรนั้นจะเปลี่ยนแปลงขนาด รูปร่าง และ ทิศทางตามเส้นวิถีโค้งที่กวาดไป ซึ่งสามารถกำหนดเป็นเวกเตอร์

## 3) การแทนขอบเขต (Boundary representations)

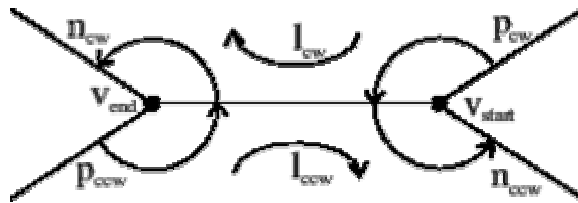
การแทนขอบเขต หรือเรียกกันว่า บีเรพส์(B-reps: Boundary representations) จะมีหลักการคล้ายกับการแทนวัตถุโดยบรรยายขอบเขต เปลือกนอก หรือ ผิววนอกของวัตถุ มีวิธีที่นิยมใช้อยู่หลายแบบ เช่น

-ทรงหลายหน้า และ สูตรออยเลอร์ (Polyhedral and Euler's formula) : คือการกำหนดวัตถุให้เป็นทรงหลายหน้าซึ่งถือเป็นวัตถุทรงตันที่ล้อมรอบด้วยเซตของรูปหลายเหลี่ยมซึ่งมีจำนวนของเส้นเชื่อมที่เป็นสมาชิกของเซตเป็นเลขคู่เสมอ ตามที่กำหนดไว้ในสูตรของออยเลอร์

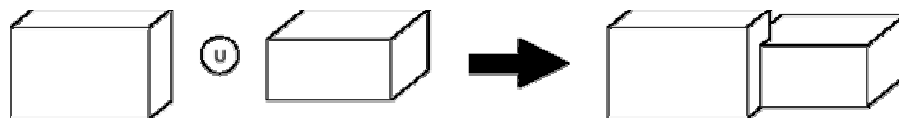


$$n_v - n_e + (n_f - n_l) = 2 \cdot (n_s - n_h)$$

-การแทนด้วยเส้นเชื่อมแบบมีปีก (The winged-edge Representation) : จะมีการเก็บพอยน์เตอร์ไวกับเส้นเชื่อมแต่ละเส้น เพื่อลดเวลาการคำนวณในการตรวจสอบความถูกต้องของโครงสร้างของวัตถุ



-การใช้ตัวปฏิบัติการเซตแบบบูล (Boolean set operations) : เป็นการนิยามขอบเขตวัตถุโดยใช้ตัวปฏิบัติการเซตปกติทั่วไปในกำหนดกำหนดรูปแบบการทับซ้อนระหว่างพื้นผิวที่กำหนดโดยสมการกำลังสอง



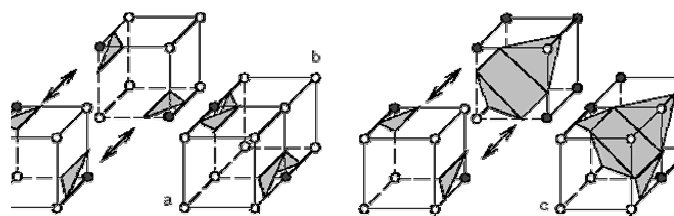
-การแทนขอบเขตแบบไม่ใช้ทรงหลายหน้า หรือ นอนโพลีเฮดรัล บีเรพส์ (Nonpolyhedral b-reps): คือการใช้การแทนขอบเขตในการสร้างพื้นผิวจากเส้นโค้งแทนการใช้รูปหลายเหลี่ยม

## 4) การแทนโดยการแบ่งช่องว่าง(Spatial-partitioning Representations):

ในการแทนวัตถุด้วยการแบ่งช่องว่าง เราจะแบ่งวัตถุออกเป็นกลุ่มของ

ของแข็งย่อยที่อยู่ติดกัน ไม่เหลื่อมล้ำซึ่งกันและกัน โดยของแข็งนั้นจะเป็นปฏิสัมพันธ์ที่มีขนาดเล็กกว่าวัตถุตั้งต้น แต่ไม่จำเป็นต้องมีลักษณะเดียวกับวัตถุตั้งต้น และสามารถมีชนิด ขนาด ตำแหน่ง พารามิเตอร์ มุม แตกต่างไปได้หลายรูปแบบ วิธีการแทนวัตถุด้วยการแบ่งช่องว่างนี้ยังสามารถแบ่งออกได้หลายประเภท เช่น

-การแยกเซลล์ออกเป็นส่วนย่อย (Cell Decomposition): ระบบการแยกเซลล์ออกเป็นส่วนย่อย จะกำหนดเซตของเซลล์ประกอบย่อยซึ่งกำหนดพารามิเตอร์ไว้แล้ว และโดยมากจะกำหนดให้เป็นพารามิเตอร์ของเส้นโค้ง วิธีนี้แตกต่างจากวิธีสร้างปฏิสัมพันธ์สำเร็จรูป (primitive instancing) ตรงที่สามารถใช้นิยามวัตถุที่มีความซับซ้อนสูงกว่า โดยการนำเซลล์ประกอบย่อยธรรมดาเหล่านี้มายึดติดกัน



-การแจกแจงการครอบครองช่องว่าง (Spatial-Occupancy Enumeration) : คือกรณีพิเศษของการแยกเซลล์ออกเป็นส่วนย่อย โดยกำหนดให้ของแข็งนั้นแยกส่วนย่อยออกเป็นเซลล์ที่มีลักษณะเหมือนกันทุกประการจัดเรียงในกริดโครงข่ายกำหนดขนาดตายตัว หรือเรียกว่า วิวอกเซล (Voxel)



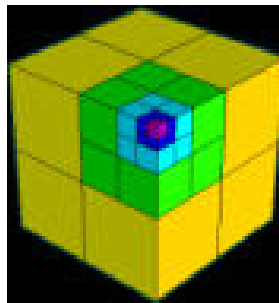
แบบจำลองวิวอกเซล มีข้อดีคือสามารถสร้างได้ง่าย และ ใช้กับวัตถุที่ต้องการแสดงรายละเอียดภายใน แต่เนื่องจากแบบจำลองนี้ประกอบด้วยข้อมูลซ้ำซ้อนจำนวนมาก ซึ่งต้องการเนื้อที่และหน่วยความจำสูง นอกจากนี้แบบจำลองนี้จะไม่มีการเชื่อมโยงของวัตถุ ทำให้การ

# Computer Graphics

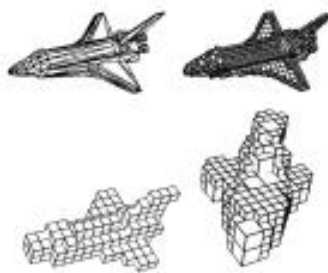
วิชาเรขภาพคอมพิวเตอร์

ปฏิบัติการทางเรขาคณิตต้องมีการตรวจสอบความถูกต้อง กิเวลาการคำนวณสูง ความละเอียดของช่องว่างจำกัดโดยขนาดของโครงข่าย เช่นมิติของว็อกเซล อย่างไรก็ตาม การปฏิบัติการตรรกะแบบบูลเช่นการเชื่อมหรือยูเนียนวัตถุสองชิ้น สามารถคำนวณได้ง่าย

-ต้นไม้ฮิลนิยัม (Octrees): ต้นไม้ฮิลนิยัมเป็นการดัดแปลงวิธีการแจกแจงการครอบครองช่องว่าง เพื่อให้สามารถระบุขนาดการจัดเก็บที่ต้องการได้วิธีนี้ดัดแปลงมาจากการใช้ฮิลกอริทึมการแบ่งแยกและเอาชนะ (divide-and-conquer) กับต้นไม้จตุนิยัม(quadtrees).

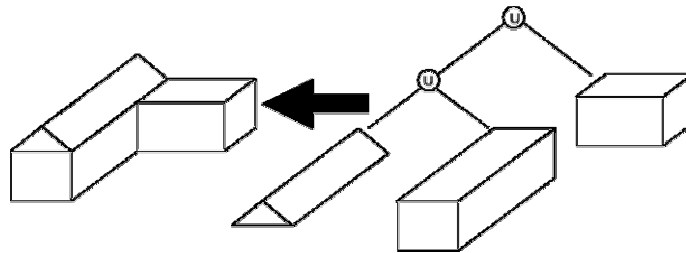


ต้นไม้การแบ่งปริภูมิแบบทวินาม(BSP: Binary Space-Partitioning Trees): แนวคิดจะตรงข้ามกับต้นไม้ฮิลนิยัม ซึ่งปกติจะแบ่งปริภูมิในแต่ละขั้นตอนโดยใช้ระนาบที่ตั้งฉาก และแบ่งปริภูมิสามมิตินั้นออกเป็นสองส่วนต้นไม้การแบ่งปริภูมิแบบทวินามนี้จะแบ่งปริภูมิออกเป็นปริภูมีย่อยเป็นคู่ ๆ ไปโดยแต่ละคู่แบ่งด้วยการสมระนาบที่มีตำแหน่งและทิศทางแตกต่างกันไป



5) เรขาคณิตของทรงตันเชิงโครงสร้าง (CSG: Constructive Solid Geometry): ในเรขาคณิตของทรงตันเชิงโครงสร้าง นั้นปฐมฐานสามัญจะถูกประกอบเข้าด้วยกันโดยใช้เซตของตัวปฏิบัติการ

ตรรกะปกติของบูล ซึ่งรวมเข้ากับการนิยามวัตถุขึ้นนั้นโดยตรง วัตถุที่จะเก็บไว้เป็นต้นไม้ประกอบด้วยตัวปฏิบัติการเก็บไว้ที่ปมภายใน และปลุ่มฐานจะเก็บไว้ที่ใบ ปมภายในสามารถเป็นทั้งตัวปฏิบัติการตรรกะแบบบูล และ ตัวปฏิบัติการสำหรับการหมุน การเลื่อนขนาน และการปรับมาตราขนาด



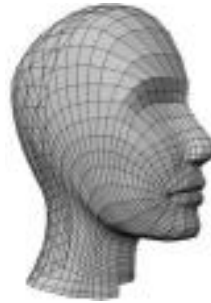
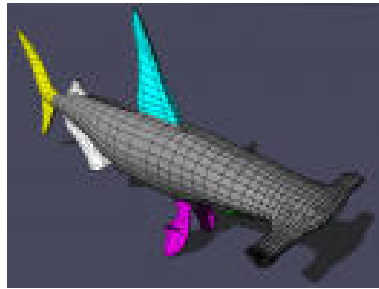
## 2. การสร้างแบบจำลองพื้นผิว (Surface Modeling)

แบบจำลองพื้นผิวคือการแสดงวัตถุโดยการแสดงพื้นผิวประกอบกับเป็นรูปทรงของวัตถุ เนื่องจากสามารถแสดงผิวของวัตถุ ทำให้สามารถแสดงส่วนที่เป็นเนื้อของวัตถุได้เช่น สีของผิว ลวดลายเงา เป็นต้น แบบจำลองพื้นผิวจะใช้พื้นผิวย่อย เล็ก ๆ หรือเรียกว่า แพทช์ (Patch) หลาย ๆ ชิ้นในการประมาณเป็นพื้นผิวของแบบจำลอง โดยทั่วไปในปริภูมิสามมิติจะกำหนดพิกัดสามจุดเป็นสามเหลี่ยม และใช้เป็นพื้นผิวย่อย เรียกว่าพื้นผิวย่อยผิวสามเหลี่ยม (Triangle patch) โดยแบบจำลองพื้นผิวที่เป็นที่นิยมมีหลายวิธี เช่น

### 1. เมชรูปหลายเหลี่ยม(Polygon mesh):

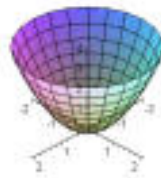
เมชรูปหลายเหลี่ยมเป็นเซตของพื้นผิวระนาบติดกันของรูปหลายเหลี่ยม เมชแบบรูปหลายเหลี่ยมสามารถใช้ประมาณรูปร่างของวัตถุด้วยพื้นผิวโค้ง สามารถลดความผิดพลาดในการแทนวัตถุให้มีเพียงเล็กน้อยหรือเพียงบางจุด โดยการเพิ่มจำนวนรูปหลายเหลี่ยม จะทำให้สามารถประมาณรูปร่างได้ใกล้เคียงมากขึ้น แต่ก็จะเป็นการเพิ่มเนื้อที่ในการจัดเก็บ และ เวลาในการประมวลผลมากขึ้นตามมา และ หากรูปทรงถูกขยายบริเวณเส้นขอบจะชัดขึ้นทำให้ภาพดูหยาบ





### 3. พื้นผิวแบบกำหนดตัวแปร

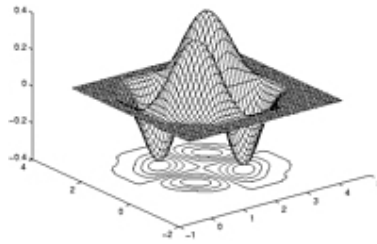
1. พื้นผิวแบบสมการพหุนามแบบกำหนดตัวแปร (**Parametric polynomial curves**) เป็นการสร้างระนาบโค้งพหุนามโดยกำหนดค่าจุด  $x$ ,  $y$  และ  $z$  บนโค้งสามมิติโดยตัวแปร  $t$  ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการพหุนามจะถูกเลือกไว้เพื่อกำหนดวิธีที่ต้องการให้รูปร่างของเส้นโค้งเปลี่ยนแปลงตาม  $t$  ถึงแม้ว่าเราสามารถใชสมการพหุนามดีกรีสูง ๆ ได้ แต่สมการที่นิยมที่สุดคือสมการพหุนามดีกรีสอง (cubic curve)



2. พื้นผิวแบบสมการพหุนามแบบกำหนดสองตัวแปร

#### (**Parametric bivariate polynomial surface**)

bivariate(สองตัวแปร)หมายถึงการกำหนดพิกัดของจุดบนพื้นผิวโค้งโดยใช้สมการพหุนามสองตัวแปรสามสมการ สำหรับตัวแปร  $x$ ,  $y$  และ  $z$  โดยปกติเราจะใช้จำนวนชั้นส่วนของพื้นผิวย่อยที่สร้างจากสมการพหุนามแบบกำหนดสองตัวแปรในการแทนพื้นผิวที่ต้องการ น้อยชั้นกว่าการใช้ชั้นส่วนของพื้นผิวย่อยที่สร้างด้วยพื้นผิวแบบรูปหลายเหลี่ยมเมื่อต้องการประมาณพื้นผิวโค้งใดๆ อย่างแม่นยำมาก ๆ พื้นผิวที่สร้างด้วยวิธีนี้จะเรียกว่าพื้นผิวแบบไบคิวบิก(Bicubic surfaces)



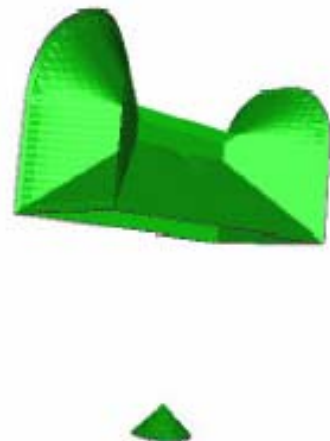
3 **พื้นผิวสมการดีกรีสอง (Quadric Surface):** พื้นผิวสมการสองชั้น หรือ พื้นผิวควอดริก คือพื้นผิวที่กำหนดด้วยสมการแฝง  $f(x,y,z)=0$ , โดยที่  $f$  เป็นสมการพหุนามดีกรีสองสามตัวแปรคือ  $x, y$  และ  $z$ . พื้นผิวสมการดีกรีสองจะใช้แทนรูปทรงกลม ทรงรี และ ทรงกระบอกได้ใกล้เคียง



4 **แบบจำลองที่มีข้อมูลทอพอโลยี**

1. **วิธีใช้การแปลงแกนกึ่งกลาง (Medial Axis Transformation)**

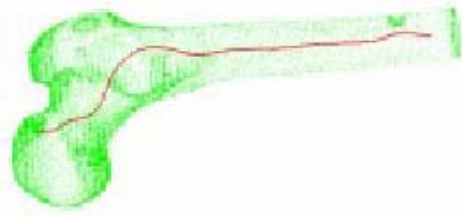
(Medial Axis)



เป็นการประยุกต์การใช้ฟังก์ชันแฝงในการสร้างแบบจำลองให้มีประสิทธิภาพ

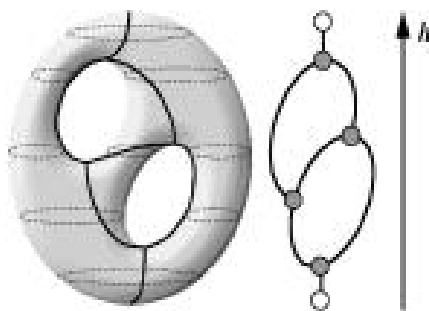
มากขึ้นโดยการเก็บข้อมูลทอพอโลยีของวัตถุไว้ที่ "กระดูก" ของวัตถุ แกนกึ่งกลาง หรือ เอ็มเอ (MA: Medial Axis) ที่จัดว่าเป็นกระดูกของวัตถุนั้นเป็นแกนของลูกบอลใหญ่สุดซึ่งบรรจุอยู่ในวัตถุ และซึ่งจำนวนลูกบอลจะถูกจำกัดไว้ที่ค่าหนึ่ง (แกนของลูกบอลใหญ่สุดที่ยังอยู่ในวัตถุและไม่ทับซ้อนกับลูกบอลอื่นเท่านั้น)

การแปลงแกนกึ่งกลางหรือ เอ็มเอที (MAT: Medial Axis Transform) คือการใช้เอ็มเอร่วมกับฟังก์ชันบอกรีตของบอลใหญ่สุดซึ่งให้ตัวแปรเป็นจุดบนเอ็มเอ ปัจจุบันเอ็มเอที่มีการพัฒนาใช้หลากหลายในการสร้างแบบจำลองพื้นผิวที่มีกระดูกใช้แทนข้อมูลกึ่งกลางวัตถุ ซึ่งไม่มีในแบบจำลองพื้นผิวหรือแบบจำลองทรงตันทั่วไป



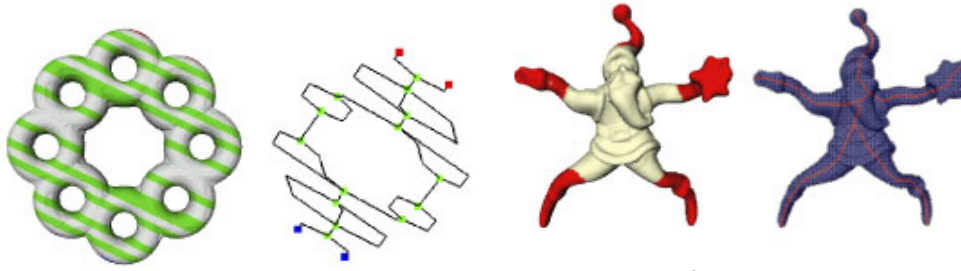
ตัวอย่างเช่น การหาโครงสร้างกระดูกภายในโดยใช้ฟังก์ชันแปลง โดยการทำการคำนวณทางเรขาคณิตหาตำแหน่งภายในชุดข้อมูลอินพุต(ในที่นี้เป็นรูปกระดูก) ตัวข้อมูลจะถูกทำให้ปกติสามัญลดความไม่สม่ำเสมอของพื้นผิวต่างๆ โดยการกรองสัญญาณรบกวนและ แปลงเป็นส่วนย่อยของแกนกลาง ซึ่งแสดงเป็นกราฟเส้นโค้งภายในชุดข้อมูล แล้วเชื่อมต่อกันจนเป็นแกนกึ่งกลางของวัตถุ

## 2 แบบจำลองโฮโมโทปี(The homotopy model)



แบบจำลองโฮโมโทปี คือ แบบจำลองที่ใช้คุณสมบัติเอกพันธ์ของข้อมูลเพื่อหาโครงสร้างข้อมูล หรือ ความสัมพันธ์ที่จะแสดงความถูกต้องของทอพอโลยีของวัตถุ โดยสร้างเป็นแบบจำลองที่สร้างจากเส้นรอบรูป(contour) แบบจำลองนี้จะใช้ทฤษฎีมอร์สในการวิเคราะห์จุดวิกฤต(จุดที่มีค่าอนุพันธ์

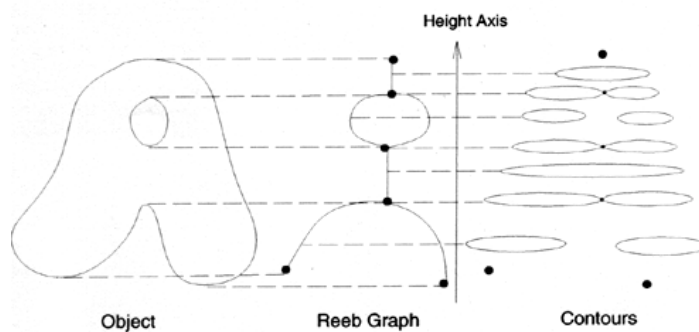
อันดับสองเท่ากับศูนย์)บนวัตถุเพื่อหาตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงทางทอพอโลยีของรูปร่างวัตถุ(เช่นแยกออกจากกัน หรือ เชื่อมต่อกัน)ไม่ว่าจะเปลี่ยนแปลงเชื่อมต่อกันภายในมิติใดก็ตาม เช่นการเชื่อมต่อหรือการทับซ้อนของเส้นโค้งพื้นผิววัตถุ ซึ่งเป็นการเชื่อมต่อกันภายในแบบสองมิติหรือ (2-manifold) หรือ การเชื่อมต่อหรือการทับซ้อนของข้อมูลเชิงปริมาตร (3-manifold) หรืออื่น ๆ



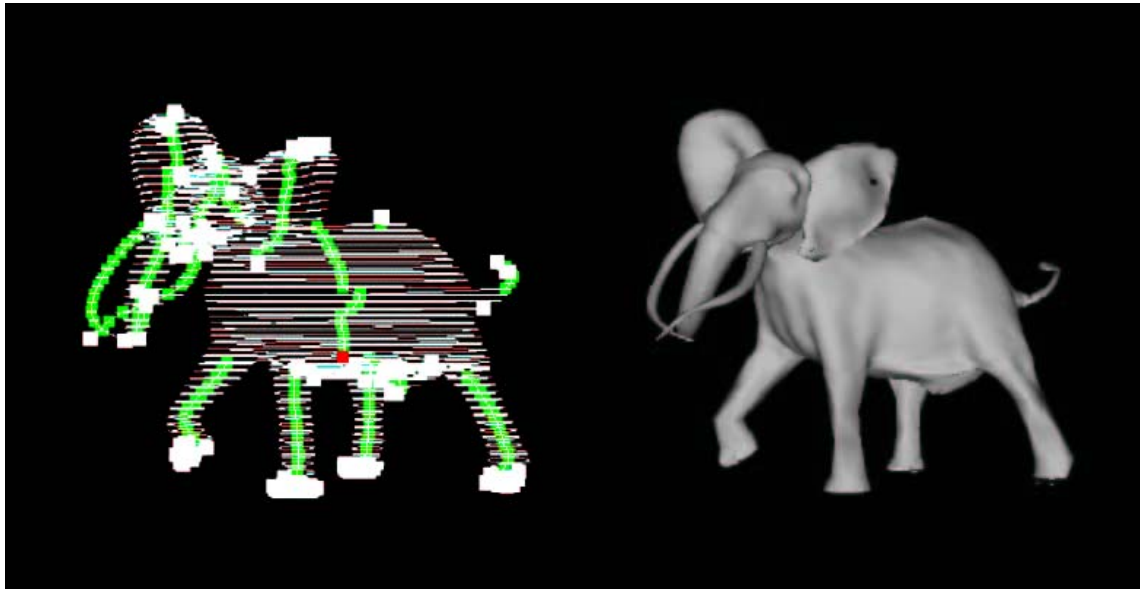
แบบจำลองโฮโมโทปี ของวัตถุรูปร่างกลมเชื่อมต่อกันหลายวง กับรูปชานดาวคลอส

ในแบบจำลองโฮโมโทปี การเปลี่ยนแปลงของเส้นรอบรูปสามารถจัดหมวดหมู่ได้สามรูปแบบโดยอาศัยทฤษฎีของมอร์สคือ การปรากฏขึ้น การแยกออกหรือเชื่อมต่อกัน หรือ การหายไปของเส้นรอบรูป อย่างไรก็ตามการใช้จุดวิกฤตเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการบอกทอพอโลยีของวัตถุ เพราะยังไม่มีข้อมูลบอกการเชื่อมต่อของเส้นรอบรูป จึงมีการสร้างโครงสร้างเพื่อบอกทอพอโลยีขึ้นเรียกว่า เรปกราฟ (Reeb graph)

เช่นรูปด้านล่างเป็นรูปของเรปกราฟ ซึ่งสร้างจากฟังก์ชันความสูงของวัตถุรูปทรงคล้ายตัวอักษร "A" จะกำหนดให้จุดวิกฤตของวัตถุสัมพันธ์กับปมบนกราฟ และ เส้นเชื่อมจะสัมพันธ์กับการเชื่อมต่อของส่วนต่าง ๆ ของวัตถุ และ จุดบนกราฟจะแทนตำแหน่งของเส้นรอบรูป



รูปเรปกราฟและเส้นรอบรูปของวัตถุรูปทรงคล้าย "A"



รูปแบบจำลองสามมิติรูปช้างที่สร้างจากรูปกราฟและเส้นรอบรูป